

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ЗАВАДОСТІЙКОСТІ БІНАРНИХ СИСТЕМ ЗВ'ЯЗКУ З ПРОТИЛЕЖНИМИ ШУМОВИМИ СИГНАЛАМИ

Дідковський Р.М. Порівняльний аналіз завадостійкості бінарних систем зв'язку з протилежними шумовими сигналами. Побудова систем зв'язку з використанням шумових сигналів є одним із перспективних напрямків у вирішенні проблем дефіциту частотного ресурсу, багатопроменевого розповсюдження хвиль, захищеності переданої інформації. Вибір оптимальної схеми системи зв'язку, принципів формування сигналу, алгоритмів його прийому не можливий без аналізу завадостійкості запропонованих систем. В роботі отримано математичні підходи до точного оцінювання завадостійкості систем з шумовими сигналами, проведено відповідні розрахунки, виконано порівняльний аналіз систем.

Дидковский Р.М. Сравнительный анализ помехоустойчивости бинарных систем связи с противоположными шумовыми сигналами. Построение систем связи с использованием шумовых сигналов является одним из перспективных направлений в решении проблем дефицита частотного ресурса, многолучевого распространения волн, защищенности переданной информации. Выбор оптимальной схемы системы связи, принципов формирования сигнала, алгоритмов его приема не возможен без анализа помехоустойчивости предложенных систем. В работе получены математические подходы к точному оцениванию помехоустойчивости систем с шумовыми сигналами, проведены соответствующие расчеты, выполнен сравнительный анализ систем.

Didkowsky R.M. Comparative analysis of binary communication systems performance with opposite noise signals. Construction of communication systems with noise signals is one of the perspectives directions to solving the problems of frequency resource deficit, multipath propagation and transmitted information security. Selecting the optimal scheme of communication systems, signal conditioning principles and its reception algorithms is not possible without performance analysis of the proposed systems. We obtain mathematical approaches to the sharp performance estimation of systems with noise signals, carried out the corresponding calculations and comparative analysis of systems.

Ключові слова: СИСТЕМА ЗВ'ЯЗКУ, ШУМОВИЙ СИГНАЛ, КОРЕЛЯТОР, ЗАВАДОСТІЙКІСТЬ, МОМЕНТНИЙ АНАЛІЗ, ЩІЛЬНІСТЬ РОЗПОДІЛУ ВИПАДКОВОЇ ВЕЛИЧИНИ.

Вступ

В багатьох сучасних цифрових системах зв'язку застосовується кореляційний або автокореляційний прийом сигналів [1, 2]. Структура демодулятора/детектора для бінарної системи зв'язку з протилежними (протифазними) сигналами зображена на рис. 1.

Система працює циклічно з періодом Θ , який називають символьним інтервалом. Залежно від того, який символ повідомлення $m_1 = 1$ чи $m_2 = 0$ передається в поточний момент часу, сигнал передавача має вигляд $s_1(t)$ або $s_2(t)$ відповідно. Системи з протилежними сигналами специфічні тим, що сигнал $s_2(t)$ або один із його компонентів є протилежним за знаком до сигналу $s_1(t)$.

В даній роботі розглянемо три варіанти систем, які відрізняються способом формування сигналів $s_1(t)$, $s_2(t)$ та опорного сигналу $h(t)$. В літературі докладно розглянуто випадок, коли сигнали $s_1(t)$, $s_2(t)$ є детермінованими функціями часу, а адитивна завада каналу зв'язку $n(t)$ – реалізація гауссового випадкового процесу [1, 3-5].

В останні десятиліття, однак, значно зріс інтерес до надширокополосних систем зв'язку [6-10]. З точки зору можливості розширення спектру найбільш перспективними є системи з несинусоїдальними випадковими сигналами. Результати теоретичних досліджень завадостійкості таких систем відомі на сьогодні не можна вважати адекватними [11, 12]. Пояснюється це насамперед відсутністю досить точних оцінок розподілів величин, що спостерігаються в додетекторній точці. Позначимо ці величини ζ_1 і ζ_2 для випадку передачі одиниці і нуля відповідно.

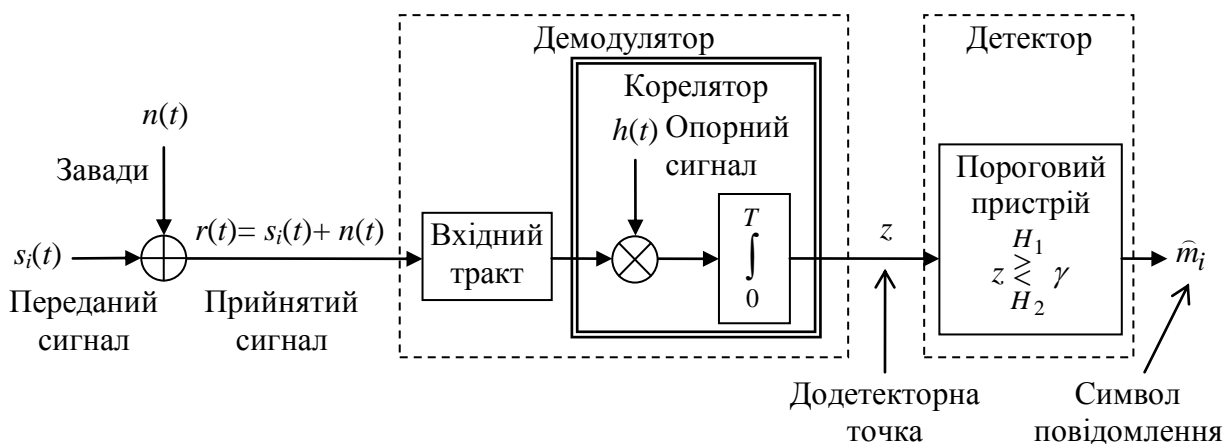


Рис. 1. Структурна схема демодулятора/детектора.

Постановка задачі

Отже, в даній роботі розглянемо основні статистичні характеристики розподілів випадкових величин ζ_1 і ζ_2 для систем зв'язку з протилежними сигналами. Проведемо моментний аналіз розподілів ζ_1 і ζ_2 . Для деяких типових випадків вкажемо вигляд відповідних розподілів. Базуючись на цих результатах, виконаємо порівняльну характеристику завадостійкості досліджуваних систем зв'язку. Будемо при цьому вважати, що сигнали $s(t)$ та $n(t)$ статистично незалежні один від одного, мають нульове середнє значення на проміжку інтегрування корелятора та симетричний відносно нуля розподіл. А також, що імовірності передачі символів $m_1=1$ і $m_2=0$ в системі зв'язку однакові та дорівнюють 0,5. За таких умов розподіли ймовірностей випадкових величин ζ_1 і ζ_2 будуть симетричними відносно нуля, тому досить буде розглянути розподіл величини ζ_1 . При цьому імовірність виникнення помилки при прийомі поточного символу можна обчислити за формулою

$$p = P(\hat{m} \neq m) = \frac{1}{2} P(\hat{m}_2 | m_1) + \frac{1}{2} P(\hat{m}_1 | m_2) = \frac{1}{2} P(\zeta_1 < 0) + \frac{1}{2} P(\zeta_2 > 0) = P(\zeta_1 < 0). \quad (1)$$

Опис досліджуваних систем

Перший тип. Класичні системи [1], де базовий сигнал $s(t)$, який спостерігається на виході генератора передавального пристрою є детермінованою функцією часу (як правило фрагмент гармонічного коливання). При передачі одиниці випромінюється сигнал $s_1(t) = s(t)$, а при передачі нуля – протилежний сигнал $s_2(t) = -s(t)$. Опорний сигнал генерується приймачем і дорівнює $h(t) = s(t)$. Тривалість кожного фрагменту сигналу дорівнює символічному інтервалу Θ .

За умов ідеальної імпульсної характеристики каналу зв'язку на вході приймача спостерігається сигнал виду

$$r(t) = s_i(t) + n(t), \quad i = 1, 2,$$

де $n(t)$ – адитивні завади каналу зв'язку.

В таких системах символічний інтервал $\Theta = T$ – довжині проміжку інтегрування корелятора, який є основною частиною демодулятора. Момент часу $t=0$ співставимо з початком поточного символічного інтервалу. Тоді в кінці символічного інтервалу, в момент часу $t = T$, на виході демодулятора (в додетекторній точці) отримуємо число

$$z = \int_0^T r(t)h(t)dt. \quad (2)$$

При передачі одиниці z дорівнює

$$z_1 = \int_0^T (s(t) + n(t))s(t)dt,$$

а при передачі нуля

$$z_2 = \int_0^T (-s(t) + n(t))s(t)dt.$$

Число z_1 є реалізацією випадкової величини, яку позначимо ζ_1 , а число z_2 – реалізацією випадкової величини ζ_2 .

Алгоритм роботи детектора дуже простий. Позначимо γ – порогове значення. Якщо $z > \gamma$, то приймається гіпотеза H_1 про прийом символу $\hat{m}_1 = 1$. При $z < \gamma$ приймається гіпотеза H_2 про прийом $\hat{m}_2 = 0$. Якщо розподіли сигналів $s_1(t)$, $s_2(t)$ і $n(t)$ симетричні відносно нуля, то оптимальне порогове значення $\gamma = 0$.

Таким чином, завадостійкість системи зв'язку повністю визначається розподілами випадкових величин ζ_1 та ζ_2 .

Другий тип. Базовий сигнал $s(t)$ в такій системі є реалізацією деякого випадкового процесу, його форма наперед невідома, тому опорний сигнал $h(t)$ не може бути сформований на приймальній стороні і має бути переданий в сигналі передавача. Один із можливих способів це зробити наступний: на першій половині символного інтервалу передається базовий сигнал $s(t)$, він затримується в приймачі на час $T = \Theta/2$ і цей затриманий сигнал виконує роль опорного сигналу $h(t-T)$. На другій половині символного інтервалу цей фрагмент сигналу повторюється (при передачі одиниці) або передається протилежний йому сигнал (при передачі нуля) [13, 14]. Отже на символному інтервалі маємо сигнал

$$s_1(t) = \begin{cases} s(t), & 0 \leq t \leq T, \\ s(t-T), & T < t \leq 2T = \Theta, \end{cases} \quad \text{або} \quad s_2(t) = \begin{cases} s(t), & 0 \leq t \leq T, \\ -s(t-T), & T < t \leq 2T = \Theta. \end{cases}$$

Інтегратор в демодуляторі цієї системи вмикається лише на другій половині символного інтервалу, тому в додетекторній точці маємо величину

$$z_1 = \int_T^{2T} (s(t-T) + n(t))(s(t-T) + n(t-T))dt \quad \text{або} \quad z_2 = \int_T^{2T} (-s(t-T) + n(t))(s(t-T) + n(t-T))dt.$$

Третій тип. Як і в попередньому випадку, базовий сигнал $s(t)$ є реалізацією випадкового процесу. Однак сигнали $s_1(t)$ і $s_2(t)$ формуються по-іншому [7, 10]:

$$s_1(t) = s(t) + s(t-T), \quad s_2(t) = s(t) - s(t-T), \quad 0 \leq t \leq T = \Theta.$$

Отже, для цієї системи символний інтервал Θ і довжина проміжку інтегрування корелятора T співпадають.

Опорний сигнал $h(t)$ формується шляхом затримування на час T сигналу з попереднього символного інтервалу. В результаті в додетекторній точці маємо

$$z_1 = \int_0^T (s(t) + s(t-T) + n(t))(s(t-T) \pm s(t-2T) + n(t-T))dt$$

або

$$z_2 = \int_0^T (s(t) - s(t-T) + n(t))(s(t-T) \pm s(t-2T) + n(t-T))dt.$$

Вирішення задачі

Припустимо, що обробка прийнятого сигналу здійснюється цифровими методами в дискретному часі. І нехай на проміжку часу тривалістю T здійснюється вибірка значень

вхідного сигналу об'ємом N . Тоді вхідний сигнал $r(t)$ буде представлений у вигляді вектора значень $(r(t_0), r(t_1), \dots, r(t_{N-1}))$, де t_0, t_1, \dots, t_{N-1} – моменти часу, в які аналогово-цифровий перетворювач демодулятора здійснює вимірювання вхідного сигналу. Позначимо коротко цей вектор $\bar{r} = (r_0, r_1, \dots, r_{N-1})$. Аналогічно опорний сигнал набуде вигляду вектора $\bar{h} = (h_0, h_1, \dots, h_{N-1})$. Тоді структурна схема корелятора може бути реалізована відповідно до рис. 2, а формула (2) запишеться у вигляді

$$z = \sum r_i h_i = \langle \bar{r}, \bar{h} \rangle.$$

Межі зміни лічильника i записувати не будемо, пам'ятаючи, що вони завжди дорівнюють 0 та $N-1$.

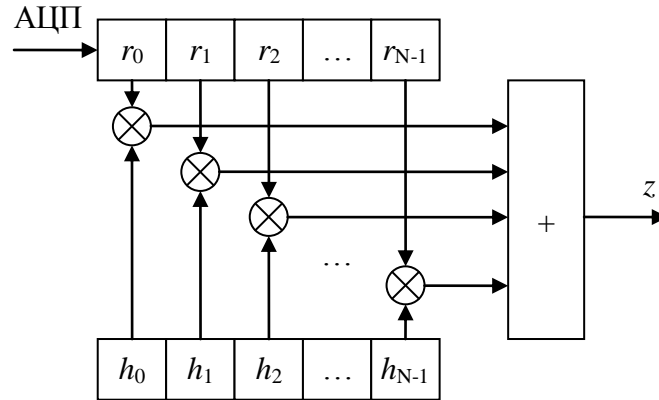


Рис. 2. Структурна схема цифрового корелятора.

Для випадку системи першого типу число z_1 в дискретному часі запишеться так

$$z_1 = \langle \bar{s} + \bar{n}, \bar{s} \rangle = \langle \bar{s}, \bar{s} \rangle + \langle \bar{n}, \bar{s} \rangle.$$

Знайдемо математичне сподівання $M(\zeta_1)$ та дисперсію $D(\zeta_1)$ відповідної випадкової величини ζ_1 .

$$M(\zeta_1) = M(\langle \bar{s}, \bar{s} \rangle + \langle \bar{n}, \bar{s} \rangle) = M\left(\sum s_i^2\right) + M\left(\sum n_i s_i\right) = M\left(\sum s_i^2\right) + \sum M(n_i)M(s_i).$$

Оскільки \bar{s} у випадку системи першого типу являється детермінованим вектором, то

$$\sum s_i^2 = N \frac{1}{N} \sum s_i^2 = NM(s^2) = ND(s).$$

Враховуючи також, що n стаціонарний випадковий процес з нульовим математичним сподіванням статистично незалежний від сигналу s , отримаємо

$$M(\zeta_1) = M(ND(s)) + \sum \left(\underbrace{M(n)}_0 M(s_i) \right) = ND(s).$$

Знайдемо другий початковий момент ζ_1 :

$$\begin{aligned} M(\zeta_1^2) &= M(\langle \bar{s}, \bar{s} \rangle + \langle \bar{n}, \bar{s} \rangle)^2 = M(\langle \bar{s}, \bar{s} \rangle^2 + 2\langle \bar{s}, \bar{s} \rangle \langle \bar{n}, \bar{s} \rangle + \langle \bar{n}, \bar{s} \rangle^2) = \\ &= M\left(\sum s_i^2 \sum s_j^2\right) + 2M\left(\sum s_i^2 \sum n_j s_j\right) + M\left(\sum n_i s_i \sum n_j s_j\right) = \\ &= M(ND(s) \cdot ND(s)) + 2M\left(\sum n_i s_i^3 + \sum_{j \neq i} s_i^2 n_j s_j\right) + M\left(\sum n_i^2 s_i^2 + \sum_{j \neq i} n_i s_i n_j s_j\right) = \\ &= N^2 D^2(s) + 2(0 + 0) + NM(n^2)M(s^2) + 0 = N^2 D^2(s) + ND(n)D(s). \end{aligned}$$

Отже дисперсія дорівнює

$$D(\zeta_1) = M(\zeta_1^2) - (M(\zeta_1))^2 = N^2 D^2(s) + ND(n)D(s) - N^2 D^2(s) = ND(n)D(s).$$

В силу стійкості нормального розподілу не залежно від форми сигналу s , якщо n – нормально розподілений випадковий процес, то величина ζ_1 є нормальною (гауссовою) випадковою величиною з математичним сподіванням $ND(s)$ та дисперсією $ND(n)D(s)$.

Тоді формула імовірність помилки прийому (1) для систем 1-го типу набуває вигляду:

$$p = \Phi\left(\frac{-ND(s)}{\sqrt{ND(n)D(s)}}\right) = \Phi(-\sqrt{Nq}), \quad (3)$$

де q – відношення сигнал/шум в розумінні відношення дисперсії корисного сигналу до дисперсії завади n (для даного типу систем $q = D(s)/D(n)$), а $\Phi(x)$ – інтеграл ймовірностей

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

На рис. 3 зображено функцію щільності розподілу величини ζ_1 при $D(n)=1$, $D(s)=1$ та різних значеннях N . Зокрема, при $N=16$ маємо $p = 3,167 \cdot 10^{-5}$.

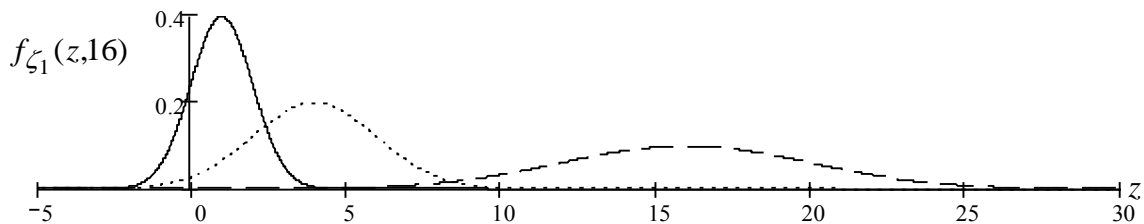


Рис. 3. Функція щільності розподілу величини ζ_1 для системи 1-го типу при $D(n)=1$, $D(s)=1$ та ——— $N=1$, - - - - - $N=4$; — · — $N=16$.

Багато складнішими є обчислення для систем другого типу:

$$z_1 = \langle \bar{s} + \bar{n}, \bar{s} + \bar{n}^{(T)} \rangle = \langle \bar{s}, \bar{s} \rangle + \langle \bar{n}, \bar{s} \rangle + \langle \bar{s}, \bar{n}^{(T)} \rangle + \langle \bar{n}, \bar{n}^{(T)} \rangle.$$

Сигнал s в даному випадку є випадковим процесом, тоді математичне сподівання $M(\zeta_1)$ обчислюється так:

$$\begin{aligned} M(\zeta_1) &= M(\langle \bar{s}, \bar{s} \rangle + \langle \bar{n}, \bar{s} \rangle + \langle \bar{s}, \bar{n}^{(T)} \rangle + \langle \bar{n}, \bar{n}^{(T)} \rangle) = \\ &= M(\sum s_i^2) + M(\sum n_i s_i) + M(\sum s_i n_i^{(T)}) + M(\sum n_i n_i^{(T)}) = \sum M(s_i^2) + 0 + 0 + 0 = ND(s). \end{aligned}$$

Знайдемо тепер $M(\zeta_1^2)$:

$$\begin{aligned} M(\zeta_1^2) &= M(\langle \bar{s}, \bar{s} \rangle + \langle \bar{n}, \bar{s} \rangle + \langle \bar{s}, \bar{n}^{(T)} \rangle + \langle \bar{n}, \bar{n}^{(T)} \rangle)^2 = \\ &= M(\langle \bar{s}, \bar{s} \rangle^2 + \langle \bar{n}, \bar{s} \rangle^2 + \langle \bar{s}, \bar{n}^{(T)} \rangle^2 + \langle \bar{n}, \bar{n}^{(T)} \rangle^2 + \\ &\quad + 2\langle \bar{s}, \bar{s} \rangle \langle \bar{n}, \bar{s} \rangle + 2\langle \bar{s}, \bar{s} \rangle \langle \bar{s}, \bar{n}^{(T)} \rangle + 2\langle \bar{s}, \bar{s} \rangle \langle \bar{n}, \bar{n}^{(T)} \rangle + \\ &\quad + 2\langle \bar{n}, \bar{s} \rangle \langle \bar{s}, \bar{n}^{(T)} \rangle + 2\langle \bar{n}, \bar{s} \rangle \langle \bar{n}, \bar{n}^{(T)} \rangle + 2\langle \bar{s}, \bar{n}^{(T)} \rangle \langle \bar{n}, \bar{n}^{(T)} \rangle). \end{aligned}$$

Врахуємо, що

$$M(\langle \bar{s}, \bar{s} \rangle^2) = M(\sum s_i^2 \sum s_j^2) = M\left(\sum s_i^4 + \sum_{j \neq i} \sum s_i^2 s_j^2\right) = Nm_4(s) + (N^2 - N)D^2(s),$$

де $m_4(s)$ – початковий момент 4-го порядку сигналу s ,

$$M(\langle \bar{n}, \bar{s} \rangle^2) = M(\sum n_i s_i \sum n_j s_j) = M\left(\sum n_i^2 s_i^2 + \sum_{j \neq i} \sum n_i s_i n_j s_j\right) = ND(n)D(s),$$

аналогічно

$$M(\langle \bar{s}, \bar{n}^{(T)} \rangle^2) = ND(n)D(s), \quad M(\langle \bar{n}, \bar{n}^{(T)} \rangle^2) = ND^2(n)$$

та всі подвійні добутки мають нульове математичне сподівання.

Тоді

$$M(\zeta_1^2) = Nm_4(s) + (N^2 - N)D^2(s) + ND(n)D(s) + ND(n)D(s) + ND^2(n).$$

Відомо, що $m_4 = \kappa_4 + 3\kappa_2^2 + 4\kappa_1\kappa_3 + 6\kappa_1^2\kappa_2 + \kappa_1^4$, де κ_i – i -ий кумулянт відповідної випадкової величини (див. [15]). Отже

$$\begin{aligned} M(\zeta_1^2) &= N(\kappa_4(s) + 3D^2(s)) + (N^2 - N)D^2(s) + 2ND(n)D(s) + ND^2(n) = \\ &= N\kappa_4(s) + 2ND^2(s) + 2ND(n)D(s) + ND^2(n) + N^2D^2(s). \end{aligned}$$

Позначимо $\gamma_i = \frac{\kappa_i}{D^{i/2}}$ – кумулянтний коефіцієнт випадкової величини.

Таким чином дисперсія дорівнює:

$$D(\zeta_1) = M(\zeta_1^2) - (M(\zeta_1))^2 = N\left((2 + \gamma_4(s))D^2(s) + 2D(n)D(s) + D^2(n)\right).$$

При рівних значеннях $D(n)$ і $D(s)$ дисперсія $D(\zeta_1)$ для систем другого типу очевидно багато більша ніж для систем першого типу. Цим пояснюється менша завадостійкість систем 2-го типу.

Важливо зауважити, що до виразу для $D(\zeta_1)$ входить із знаком "+" $\gamma_4(s)$. Тому, чим меншим є $\gamma_4(s)$, тим меншою є дисперсія $D(\zeta_1)$, а значить кращою є завадостійкість системи. Мінімальне значення $\gamma_4(s) = -2$ досягається для випадку, коли сигнал s має розподіл бінарної альтернативи. Функція щільності розподілу бінарної альтернативи має у симетричному випадку вигляд:

$$f(x) = \frac{1}{2}\delta(x-a) + \frac{1}{2}\delta(x+a), \quad (4)$$

де $\delta(x)$ – дельта-функція Дірака.

Крім того, розподіл величини ζ_1 має негауссовий характер навіть за умов гауссового розподілу процесів s і n . При $N = 1$ число z_1 дорівнює

$$z_1 = s_0^2 + s_0n_0 + s_0n_0^{(T)} + n_0n_0^{(T)}.$$

Виразимо з цієї рівності $n_0^{(T)}$, отримаємо

$$n_0^{(T)} = \frac{z_1 - s_0^2 - n_0s_0}{s_0 + n_0}, \quad \frac{\partial n_0^{(T)}}{\partial z_1} = \frac{1}{s_0 + n_0}.$$

Тоді за [16] отримаємо, що функція щільності розподілу $f_{\zeta_1}(z,1)$ величини ζ_1 при $N = 1$ має вигляд

$$f_{\zeta_1}(z,1) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(s,0,\sqrt{D(s)}) \cdot \phi(n,0,\sqrt{D(n)}) \cdot \phi\left(\frac{z - s^2 - ns}{s+n}, 0, \sqrt{D(n)}\right) \cdot \frac{1}{|s+n|} ds dn,$$

де $\phi(x,a,\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$ – функція щільності нормального розподілу.

Для більших значень N функцію щільності $f_{\zeta_1}(z,N)$ можна отримати рекурсивно як згортку пари функцій при N_1 і N_2 таких, що $N_1 + N_2 = N$. Наприклад

$$f_{\zeta_1}(z,2) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\zeta_1}(x,1) \cdot f_{\zeta_1}(z-x,1) dx.$$

На рис. 4 проілюстровано результати розрахунків за вказаними вище формулами (неперервна крива).

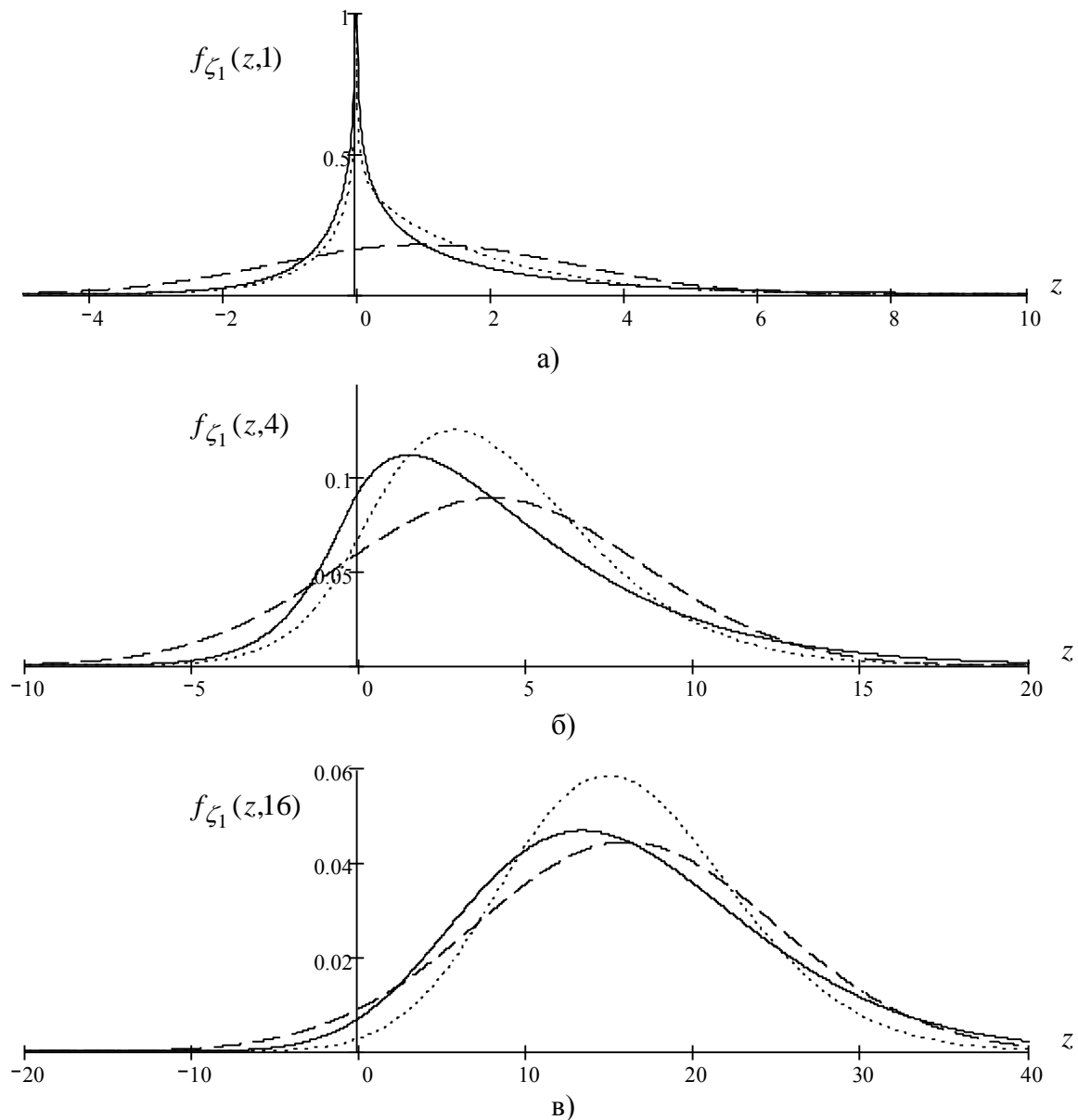


Рис. 4. Функція щільності розподілу величини ζ_1 при $D(n)=1$, $D(s)=1$ для системи 2-го типу при: а) $N=1$, б) $N=4$, в) $N=16$:

- s має нормальний розподіл;
- s має розподіл бінарної альтернативи;
- - - - гауссівська апроксимація розподілу.

Наприклад, при $D(n)=1$, $D(s)=1$, $N=16$ маємо імовірність помилки $p=0,01726$. Зауважимо, що при застосуванні гауссової апроксимації розподілу величини ζ_1 , прийнятої в [7] (лінія — — — на рис. 4), p обчислюється за формулою

$$p = \Phi \left(\frac{-ND(s)}{\sqrt{N(2 + \gamma_4(s))D^2(s) + 2D(n)D(s) + D^2(n)}} \right) = \Phi \left(-\frac{\sqrt{N}q}{\sqrt{(2 + \gamma_4)q^2 + 2q + 1}} \right).$$

За цією формулою при тих же параметрах отримаємо $p=0,03682$. Отже гауссова апроксимація дає значну похибку (в більшу сторону) при обчисленні імовірності помилки прийому. Із збільшенням N розподіл ζ_1 наближається до нормального, тому абсолютне значення похибки апроксимації прямує до нуля. Однак, відносна похибка при цьому сягає

кількох порядків. Наприклад при $N = 256$ реальне значення $p = 6,945 \cdot 10^{-10}$, а наближене $p = 2,1 \cdot 10^{-7}$. Тому в подальшому для визначення імовірності помилки p будемо користуватися лише формулою

$$p = \int_{-\infty}^0 f_{\zeta_1}(x, N) dx. \quad (5)$$

Якщо s має розподіл бінарної альтернативи (4), то функція щільності $f_{\zeta_1}(z, 1)$ має вигляд

$$f_{\zeta_1}(z, 1) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(n, 0, \sqrt{D(n)}) \cdot \phi\left(\frac{z - a^2 - an}{n + a}, 0, \sqrt{D(n)}\right) \cdot \frac{1}{|n + a|} dn + \\ + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(n, 0, \sqrt{D(n)}) \cdot \phi\left(\frac{z - a^2 + an}{n - a}, 0, \sqrt{D(n)}\right) \cdot \frac{1}{|n - a|} dn.$$

Графіки відповідних функцій зображені на рис. 4 лініями виду - - - - -. Завдяки від'ємному коефіцієнту ексцесу $\gamma_4(s) = -2$ дисперсія величини ζ_1 багато менша ніж для випадку нормального розподілу s . Тому при відповідних значеннях $D(n) = 1$, $D(s) = 1$, $N = 16$ імовірність помилки передачі біта $p = 0,00565$, що втричі менше ніж при нормальному розподілі s .

Для систем третього типу маємо

$$z_1 = \langle \bar{s} + \bar{s}^{(T)} + \bar{n}, \bar{s}^{(T)} \pm \bar{s}^{(2T)} + \bar{n}^{(T)} \rangle = \langle \bar{s}, \bar{s}^{(T)} \rangle + \langle \bar{s}, \pm \bar{s}^{(2T)} \rangle + \langle \bar{s}, \bar{n}^{(T)} \rangle + \\ + \langle \bar{s}^{(T)}, \bar{s}^{(T)} \rangle + \langle \bar{s}^{(T)}, \pm \bar{s}^{(2T)} \rangle + \langle \bar{s}^{(T)}, \bar{n}^{(T)} \rangle + \langle \bar{n}, \bar{s}^{(T)} \rangle + \langle \bar{n}, \pm \bar{s}^{(2T)} \rangle + \langle \bar{n}, \bar{n}^{(T)} \rangle.$$

Лише 4-ий доданок $\langle \bar{s}^{(T)}, \bar{s}^{(T)} \rangle$ в правій частині рівності несе корисну інформацію. Всі інші доданки являють собою заваду для правильного прийому. Оскільки інші компоненти формули \bar{s} , \bar{n} , $\bar{s}^{(2T)}$ та $\bar{n}^{(T)}$ статистично незалежні від $\bar{s}^{(T)}$, то можна вважати, що вектори $\bar{s} + \bar{n}$ та $\pm \bar{s}^{(2T)} + \bar{n}^{(T)}$ являють собою сумарну заваду. Причому компоненти \bar{s} і $\bar{s}^{(2T)}$ будемо називати внутрішньосистемною завадою. Таким чином, для систем 3-го типу можна вести розрахунки за формулами, отриманими для систем 2-го типу, замінивши розподіл n розподілом суми $s + n$.

Методи імітаційного обчислювального моделювання є неефективними для більш-менш точного оцінювання ймовірностей порядку меншого ніж $10^{-6} - 10^{-7}$, оскільки вимагають проведення дослідів, кількість яких сягає порядку більшого ніж $10^8 - 10^{10}$. Крім того, такі імовірності досягаються при великих значеннях N , тому об'єм обчислень в процесі імітаційного моделювання стає надто великим навіть для сучасних обчислювальних машин. Однак саме діапазон малих імовірностей помилки передачі являє собою інтерес для практичних задач побудови систем зв'язку.

Отримані в роботі формули (3) і (5) вирішують дану проблему. В табл. 1 вміщено результати розрахунків значення p для різних типів систем при різних значеннях відношення сигнал/шум q . На рис. 5 наведена графічна ілюстрація залежності p від об'єму вибірки N .

Слід відмітити наступні особливості. Системи 1-го і 3-го типу використовують для передачі одного біта час протягом якого аналогово-цифровий перетворювач здійснює вибірку об'ємом N , а системи 2-го типу – $2N$, хоча вектор опорного сигналу має розмірність N . Для врівноваження швидкості передачі даних у всіх системах для систем 2-го типу необхідно формально домножити довжину вектора N на 2. На рис. 5 лінія С ілюструє залежність p від N для систем 2-го типу до зрівнювання швидкості передачі, а крива Е – після його виконання.

N	Тип системи				
	$1, q = 1$	$1, q = 0,5$	$2, q = 1$	$2(\text{бін}), q = 1$	$2, q = 1/3$ $3, q = 1$
1	0.1587	0.2398	–	–	0.4105
2	0.07865	0.1587	0.3369	0.2727	0.3725
4	0.02275	0.07865	0.25	0.1853	0.3153
8	0.002339	0.02275	0.1544	0.1021	0.2424
16	$3.167 \cdot 10^{-5}$	0.002339	0.07075	0.0364	0.1582
32	$7.709 \cdot 10^{-9}$	$3.167 \cdot 10^{-5}$	0.01735	0.005651	0.076816
64	$6.221 \cdot 10^{-16}$	$7.709 \cdot 10^{-9}$	0.001305	0.0001725	0.021433
128	$5.612 \cdot 10^{-30}$	$6.221 \cdot 10^{-16}$	$9.594 \cdot 10^{-6}$	$2.114 \cdot 10^{-7}$	0.002059
256	$6.389 \cdot 10^{-58}$	$5.612 \cdot 10^{-30}$	$6.945 \cdot 10^{-10}$	$4.291 \cdot 10^{-13}$	0.000024
512	$1.164 \cdot 10^{-113}$	$6.389 \cdot 10^{-58}$	$4.967 \cdot 10^{-18}$	$2.304 \cdot 10^{-24}$	$4.580 \cdot 10^{-9}$

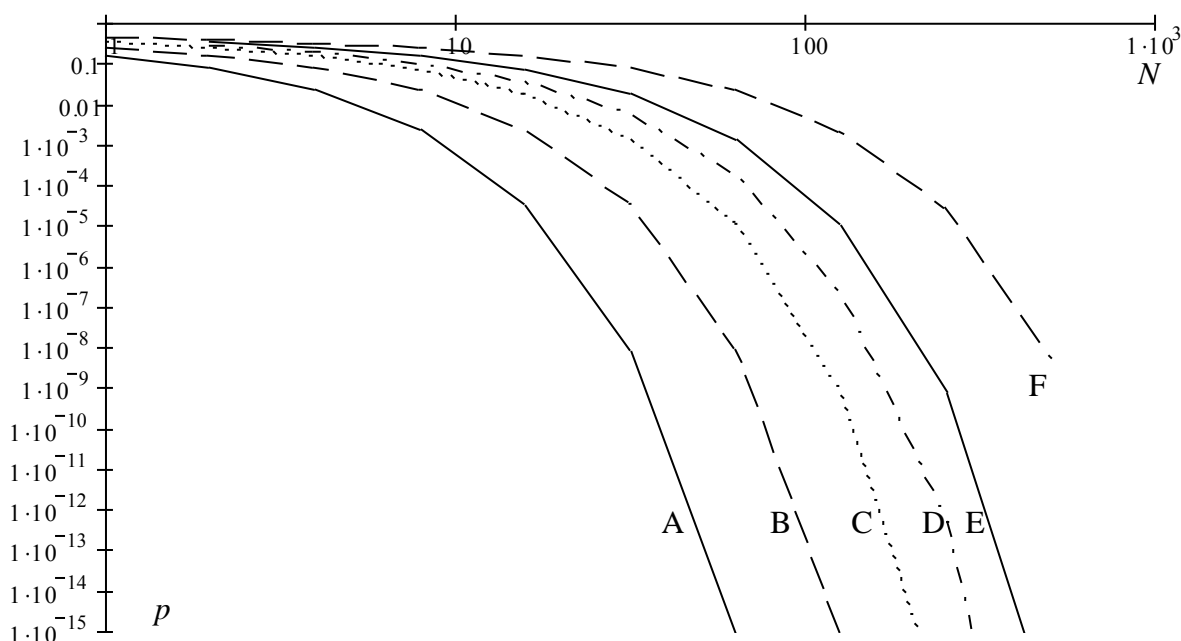


Рис. 5. Залежність імовірності помилки p від розмірності вектора N :

A – система 1-го типу, $q = 1$; B – система 1-го типу, $q = 0,5$; C – система 2-го типу, $q = 1$ без подвоєння N ; D – система 2-го типу, $q = 1$, розподіл бін. альт.; E – система 2-го типу, $q = 1$; F – система 2-го типу, $q = 1/3$ або система 3-го типу, $q = 1$.

Для систем 1-го та 2-го типу відношення сигнал/шум обчислюється так: $q = D(s)/D(n)$. Однак для систем 3-го типу корисний сигнал є сумою сигналів $s(t)$ та $s(t-T)$, кожен з яких має дисперсію $D(s)$. Тому для систем 3-го типу $q = 2D(s)/D(n)$.

Обчислення проведено виходячи з нормального розподілу сигналу $s(t)$ в системах 2-го та 3-го типу з дисперсією $D(s) = 1$ та математичним сподіванням $M(s) = 0$. Для систем 1-го типу $s(t)$ – довільний неперервний сигнал з нульовим середнім та одиничною дисперсією. В якості завади $n(t)$ для всіх типів систем вибрано центрований нормальний випадковий процес з двома значеннями дисперсії $D(n) = 1$ та $D(n) = 2$.

Це дозволило порівняти завадостійкість систем 1-го та 2-го типу при двох значеннях $q = 1$ та $q = 0,5$. Результати розрахунку p для систем 2-го типу при $q = 0,5$ являють собою в той же час дані щодо системи 3-го типу при $q = 1$.

Окремо проведено розрахунок для випадку розподілу бінарної альтернативи сигналу $s(t)$ при $q = 1$ (колонка 2(бін) в таблиці, лінія D на рис. 5).

Висновки

В даній роботі представлена методика обчислення ймовірності помилки передачі біта інформації в бінарних системах зв'язку з протилежними шумовими сигналами.

На базі моментного аналізу розподілу випадкової величини, що спостерігається на виході корелятора в приймачі системи, показано, що використання в якості сигналу $s(t)$ реалізацій випадкового процесу з мінімальним значенням коефіцієнта ексцесу γ_4 суттєво підвищує завадостійкість системи.

Системи 2-го типу, запропоновані в [13, 14], значно переважають по завадостійкості системи 3-го типу, відомі з [7, 10].

В системах з шумовими сигналами може бути досягнутий рівень завадостійкості, що відповідає системам з детермінованим опорним сигналом, шляхом зменшення швидкості передачі даних. Наприклад, при $q = 1$ символний інтервал має бути збільшено в 3-4 рази.

Таким чином, системи зв'язку з шумовими сигналами при відповідному виборі параметрів можуть забезпечувати рівень завадостійкості цілком достатній для практичного використання таких систем.

Література.

1. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. Изд. 2-е, испр.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. – 1104 с.
2. Финк Л.М. Теория передачи дискретных сообщений. – М.: Изд. «Советское радио», 1963.
3. Теплов Н.А. Помехоустойчивость систем передачи дискретной информации. – М.: Изд. «Связь», 1964.
4. Зюко А.Г. Помехоустойчивость и эффективность систем связи. – М.: Связьиздат, 1963.
5. Ланге Ф. Корреляционная электроника. – М.: Судпромгиз, 1963.
6. Müller W.T. Untersuchungen zur Korrelationsabstandsmodulation. Nachrichtentechnik, V. 14, N. 11, 1964.
7. Семенов А.М., Сикарев А.А. Широкополосная радиосвязь. – М.: Воениздат, 1970.
8. Simon M.K., Omura J.K., Scholtz R.A. and Levitt B.K., Spread Spectrum Communications. Computer Science Press, Inc., Rockville, Md., 1985.
9. Kohno R., Meidan R. and Milstein L.B. Spread Spectrum Access Methods for Wireless Communications. IEEE Communications Magazine, January, 1995, pp. 58-67.
10. Воронин А.А. Шумоподобные сигналы – эффективный метод борьбы с замираниями. // «Электросвязь», №7, 1966.
11. Первунінський С.М., Дідковський Р.М., Метелап В.В. Уточнення розрахунку завадостійкості автокореляційних систем зв'язку з шумовими сигналами // Вісник ЧДТУ, №3, 2005 – С.226-229.
12. Первунінський С.М., Дідковський Р.М., Метелап В.В. Дослідження завадостійкості бінарного автокореляційного приймача шумових сигналів з фазовою маніпуляцією // Наукові записки УНДІЗ, №1(3), 2008. – С.56-63.
13. Первунінський С.М., Дідковський Р.М., Метелап В.В., Тобілевич Ю.Є. Математичне моделювання систем зв'язку з кореляційно-часовою модуляцією. // Вісник Черкаського університету. Серія «Прикладна математика». ЧНУ. – 2006. – Випуск 83. – С.112-123.
14. Патент України №16305. Пристрій для передачі інформації шумовими сигналами / С.М. Первунінський, Р.М. Дідковський, В.В. Метелап. – МПК H04B 7/00, 2006, Бюл. №8.
15. Ширяев А.Н. Вероятность: Учеб. пособ. для вузов. – М.: Наука, 1989. – 640 с.
16. Справочник по вероятностным расчетам. – М.: Воениздат, 1970. – 536 с.