Лекція №10

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ №2. Теорія ймовірностей.

Тема 1. Випадкові події.

п. 1.1. Елементи комбінаторики.

Два основних правила комбінаторики: правило суми та правило добутку.

Правило суми: якщо деякий об'єкт a можна вибрати m способами, а деякий об'єкт b - n способами, і при цьому жоден вибір об'єкту a не збігається з жодним вибором об'єкту b, то один з об'єктів або a, або b можна вибрати $m+n$ способами.

Правило добутку: якщо деякий об'єкт a можна вибрати m способами, і, при кожному виборі об'єкту а, деякий об'єкт b можна вибрати n способами, то пару об'єктів a і b можна вибрати $m \cdot n$ способами.

Зауваження. Ці правила можна узагальнити на довільну скінченну кількість об'єктів.

Приклад 1. Скільки двоцифрових чисел можна скласти з цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 ?

Приклад 2. Скільки трицифрових чисел можна скласти з цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, якщо всі цифри утвореного числа повинні бути різними?

Озн. *Розміщеннями з n елементів по k* називаються такі набори по k елементів, що вибрані з n даних, кожні два з яких вважають рівними тоді і тільки тоді, коли вони складаються з однакових елементів, розташованих в одному і тому ж порядку.

Позначення: A_n^k.

Формула для обчислення: $\boxed{A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}}$.

Озн. *Комбінаціями з n елементів по k* називаються такі набори по k елементів, що вибрані з n даних, кожні два з яких вважають рівними тоді і тільки тоді, коли вони складаються з однакових елементів (порядок не суттєвий).

Позначення: C_n^k.

Формула для обчислення: $\boxed{C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}}$.

Озн. *Перестановками з n* елементів називаються розміщення з n елементів по n.

Позначення: P_n.

Формула для обчислення: $\boxed{P_n = n!}$.

Приклад 1. Скількома способами можна скласти список з 8 осіб?

Приклад 2. Скількома способами можна вибрати 3 фарби з 5 різних фарб?

Приклад 3. Скількома способами можна розсадити 8 учнів на 12 місцях?

п. 1.2. Події та дії над подіями.

Результат спостереження чи досліду далі будемо називати подією і позначатимемо великими латинськими буквами: $A, B, C, \ldots$.

Для того, щоб подія відбулася необхідне виконання певного комплексу умов. Надалі замість «виконано комплекс умов» будемо казати «здійснено випробування», тобто подія буде розглядатися як результат випробування.

Приклад 1. Стрілець стріляє у мішень. Здійснення пострілу – це випробування. Влучення у мішень – подія.

Приклад 2. В урні містяться чорні і білі кулі. З урни навмання виймають одну кулю. Виймання кулі з урни – це випробування. Поява білої кулі – це подія.

Озн. Подія U називається *вірогідною* для даного випробування, якщо вона обов'язково відбудеться у результаті цього випробування.

Приклад. Випадіння числа очок менше 7 при одному киданні грального кубика.

Озн. Подія V називається *неможливою* для даного випробування, якщо вона не може відбутися у результаті цього випробування.

Приклад. Випадіння числа очок більше 6 при одному киданні грального кубика.

Озн. Подія називається *випадковою* для даного випробування, якщо вона може відбутися, а може не відбутися у результаті цього випробування.

Приклад. Випадіння двох очок при одному киданні грального кубика.

Озн. Дві події $A\, i\, B$ називаються *несумісними* у даному випробуванні, якщо вони не можуть одночасно відбутися у результаті даного випробуванні.

Приклад. Випадіння герба і випадіння цифри при одному киданні монети.

Рівноможливі події.

Поняття рівноможливості не підлягає формальному означенню. Воно означає, що, виходячи з міркувань симетрії, однорідності, тощо, випливає, що немає об'єктивних причин вважати одну з подій більш ймовірною, ніж інші.

Приклад. Якщо випробування полягає в одному киданні правильного кубика, виготовленого з однорідного матеріалу, то всі шість результатів даного випробування природно вважати рівно можливими.

Озн. Сукупність подій називається *повною групо*ю для даного випробування, якщо у результаті випробування обов'язково відбудеться принаймні одна з цих подій.

Озн. Події $A\, i\, \overline{A}$ називаються *протилежними*, якщо вони несумісні і утворюють повну групу.

Приклад. Влучення і промах при одному пострілі.

Озн. Подія B є *наслідком події* A (кажуть, що A тягне за собою B), якщо з появи події A неодмінно слідує поява B.

Приклад. A - випадіння трьох очок на верхній грані кубика.

B - випадіння непарної кількості очок на верхній грані кубика.

Озн. Події A і B називаються *рівними*, якщо A є наслідком B, а B є наслідком A.

Озн. *Сумою* двох подій A і B називається подія C, яка полягає в появі або A, або B, або і A, і B одночасно (яка полягає в появі принаймні однієї з подій доданків).

Позначення: $C = A + B$.

Озн. *Добутком* двох подій A і B називається подія C, яка полягає в появі і A і B одночасно.

Позначення: $C = A \cdot B$.

Властивості операцій над подіями.

1. $A + B = B + A$.
2. $A \cdot B = B \cdot A$.
3. $(A + B) + C = A + (B + C)$.
4. $(AB) \cdot C = A \cdot (BC)$.
5. $(A + B) \cdot C = AC + BC$.
6. $A \cdot A = A$.
7. $A + A = A$.

Озн. Подія E називається *елементарною* для даного випробування, якщо вона не є наслідком жодної іншої події, яка можлива у результаті даного випробування.