Лекція №16

Окремі закони розподілу дискретних випадкових величин

Назва закону розподілу	Визначення д.в.в. X	Формула для знаходження ймовірності того чи того значення д.в.в.	Математичне сподівання $M(X)$	Дисперсія $D(X)$	Зауваження
Біноміальний	X – число появ події A в n випробуваннях Бернуллі	$P_n(X=k)=C_n^k p^k q^{n-k}$	np	npq	p – ймовірність появи події A в кожному з випробувань, $q=1-p$
Розподіл Пуассона	X – число появ події A в n випробуваннях Бернуллі, якщо n велике, p<0,1 і $np=const$	$P_n(X=k)=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$, $\lambda=np$	λ	λ	1. Розподіл Пуассона може бути отриманий з біноміального шляхом граничного переходу при $n\to\infty$, $p\to0$. 2. Властивість $M(X)=D(X)$ використовують на практиці, а саме, якщо потрібно перевірити гіпотезу про те, що в.в. розподілена за законом Пуассона, то на підставі експериментальних даних знаходять $M(X)$ і $D(X)$. Якщо вони близькі, то це є підставою прийняти цю гіпотезу.
Геометричний розподіл	Проводять незалежні випробування, в кожному з яких ймовірність появи події A дорівнює p. X – число випробувань, які потрібно провести до першої появи події A.	$P(X=k)=q^{k-1}\cdot p$	$\frac{1}{p}$	$\frac{2-p}{p^2}$	Закон розподілу названий геометричним, оскільки ймовірності послідовних значень в.в. X утворюють геометричну прогресію з першим членом p і знаменником q.
Гіпергеометричний розподіл	З N об'єктів, з яких M мають деяку ознаку A, навмання дістають n об'єктів. X – число елементів з ознакою A серед відібраних	$P(X=m)=\frac{C_M^m\cdot C_{N-M}^{n-m}}{C_N^n}$	np	$npq\frac{N-n}{N-1}$	Гіпергеометрично розподілена в.в. має меншу дисперсію, ніж біноміально розподілена. При рівності математичних сподівань ця обставина є одним з приводів на користь застосування вибірки без повернення.

Окремі закони розподілу неперервних випадкових величин

Назва закону	Щільність розподілу ймовірностей н.в.в. X	Графік щільності розподілу ймовірностей н.в.в.	Ймовірність попадання н.в.в. в заданий інтервал	Мат. сподівання $M(X)$	Дисперсія $D(X)$	Зауваження
Рівномірний	$f(x)=\begin{cases}0, & x\le a,\\ \dfrac{1}{b-a}, & a<x\le b,\\ 0, & x>b.\end{cases}$			$\dfrac{a+b}{2}$	$\dfrac{(b-a)^2}{12}$	Цей розподіл реалізується в експериментах, в яких навмання ставиться точка на відрізок (***X*** – координата точки) та при вимірюванні тих чи інших фізичних величин з заокругленням (***X*** – помилка заокруглення).
Показниковий (експоненціальний)	$f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ \lambda e^{-\lambda x}, & x>0.\end{cases}$		$P(a<x<b)=$ $=e^{-\lambda a}-e^{-\lambda b}$	$\dfrac{1}{\lambda}$	$\dfrac{1}{\lambda^2}$	Для цього розподілу $M(X)=\sigma(X)$. На практиці іноді невідомий закон розподілу в.в., але є можливість знайти наближені значення *M(X)* і $\sigma(X)$. Якщо вони відрізняються несуттєво, то є підстави вважати закон розподілу в.в. експоненціальним. Даний закон широко використовується в теорії масового обслуговування, в страхових розрахунках, а також в теорії надійності.
Нормальний	$f(x)=$ $=\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$		$P(a<x<b)=$ $=\Phi\left(\dfrac{b-m}{\sigma}\right)-$ $-\Phi\left(\dfrac{a-m}{\sigma}\right)$	m	σ^2	**1.** $P(\lvert X-m\rvert<\delta=2\Phi\left(\dfrac{\delta}{\sigma}\right)$ **2.Правило трьох сігм:** нормально розподілена в.в. в результаті випробування приймає значення з проміжку $(m-3\sigma;m+3\sigma)$ з ймовірністю близькою до 1, тобто за межами цього проміжку значень в.в. майже немає. На практиці це правило застосовують так: якщо розподіл в.в. невідомий, але така умова виконується, то є підстави вважати, що дана в.в. розподілена нормально. **3. Теорема Ляпунова:** Якщо в.в. ***X*** являє собою суму великого числа взаємно незалежних випадкових величин, вплив кожної з яких на всю суму мізерно малий, то ***X*** має розподіл, який близький до нормального.