

РОБОТА 1

Задача 1.1.

Кидають дві монети. Знайти ймовірність того, що:

- 1) на обох монетах з'явиться «герб»,
- 2) хоча б на одній монеті з'явиться «герб»;
- 3) на жодній монеті не з'явиться «герб»;

Кидають три монети. Знайти ймовірність того, що:

- 4) на всіх монетах з'явиться «герб»;
- 5) хоча б на одній монеті з'явиться «герб»;
- 6) тільки на двох монетах з'явиться «герб»;
- 7) тільки на одній монеті з'явиться «герб»;
- 8) на жодній монеті не з'явиться «герб».

Кидають чотири монети. Знайти ймовірність того, що:

- 9) на всіх монетах з'явиться «герб»;
- 10) хоча б на одній монеті з'явиться «герб»;
- 11) тільки на одній монеті з'явиться «герб»;
- 12) тільки на двох монетах з'явиться «герб»;
- 13) тільки на трьох монетах з'явиться «герб»;
- 14) на жодній монеті не з'явиться «герб».

Кидають гральну кістку. Знайти ймовірність того, що на верхній грані з'явиться:

- 15) парне число очків;
- 16) «1» чи «6».

Кидають дві гральні кістки. Знайти ймовірність того, що на верхніх гранях з'являться наступні числа очків:

- 17) тільки парні,
- 18) одне парне, інше непарне;
- 19) сума яких парна;
- 20) сума яких непарна;
- 21) сума яких більше, ніж їхній добуток;
- 22) сума яких менше шести;
- 23) сума яких більше восьми.

Кидають три гральні кістки. Знайти ймовірність того, що на верхніх гранях з'являться наступні числа очків:

- 24) тільки парні,

- 25) одне парне, інші непарні;
- 26) сума яких парна;
- 27) сума яких непарна;
- 28) які всі однакові;
- 29) які всі різні;
- 30) сума яких поділяється на чотири;
- 31) сума яких поділяється на п'ять.

Задача 1.2. Слово складене з карток, на кожній з яких написана одна буква. Потім картки змішують і виймають без повернення по одній. Знайти ймовірність того, що букви виймаються в порядку заданого слова.

Слова по варіантах:

| | | |
|-----------------|------------------|--------------------|
| 0) МАТЕМАТИКА | 11) ПІДПРОГРАМА | 22) ГІСТЕРЕЗИС |
| 1) ПРОГРАМА | 12) ПРОЦЕДУРА | 23) СЕРДЕЧНИК |
| 2) ПРОГРАМІСТ | 13) | 24) НАПІВПРОВІДНИК |
| 3) | ПРИСВОЮВАННЯ | 25) ТРАНЗИСТОР |
| ПРОГРАМУВАННЯ | 14) УМОВА | 26) ІНТЕГРАЛ |
| 4) СТАТИСТИК | 15) ПРОЦЕСОР | 27) КАЛЬКУЛЯТОР |
| 5) СТАТИСТИКА | 16) ПАМ'ЯТЬ | 28) ОБЧИСЛЮВАЧ |
| 6) ПОДІЯ | 17) ПРИСТРІЙ | 29) ОПЕРАЦІЯ |
| 7) ВИПАДКОВІСТЬ | 18) ПЕРФОСТРІЧКА | 30) АРИФМЕТИКА |
| 8) ЙМОВІРНІСТЬ | 19) ПЕРФОКАРТА | |
| 9) АЛГОРИТМ | 20) ФЕРИТ | |
| 10) БЛОК-СХЕМА | 21) МАГНІТ | |

Задача 1.3. В урні міститься K чорних і H білих куль. Випадково виймають M куль. Знайти ймовірність того, що серед них є:

- а) P білих куль;
- б) менше, ніж P , білих куль;
- в) хоча б одна біла куля.

Значення параметрів K , H , M и P по варіантах приведені в табл. 1.

Таблиця 1

| Варіант | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| K | 5 | 5 | 6 | 6 | 7 | 4 | 8 | 6 | 4 | 5 | 7 | 8 | 6 | 4 | 8 | 5 |
| H | 6 | 6 | 5 | 5 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 | 6 | 4 | 6 | 5 | 6 | 6 | 6 |
| M | 4 | 5 | 4 | 5 | 4 | 4 | 5 | 4 | 4 | 5 | 4 | 4 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| P | 2 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 | 4 | 2 | 3 | 2 | 3 | 3 | 3 | 2 | 4 |

Продовження таблиці 1

| Варіант | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
|----------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| <i>K</i> | 7 | 5 | 6 | 5 | 6 | 6 | 6 | 8 | 6 | 5 | 6 | 5 | 6 | 6 | 4 |
| <i>H</i> | 4 | 7 | 5 | 7 | 7 | 8 | 5 | 6 | 7 | 7 | 7 | 7 | 8 | 7 | 7 |
| <i>M</i> | 5 | 4 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 4 | 4 | 6 | 5 | 5 | 5 | 4 |
| <i>P</i> | 3 | 3 | 2 | 4 | 3 | 4 | 4 | 3 | 3 | 2 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 |

Задача 1.4. Пристрій складається з трьох незалежних елементів, що працюють протягом часу T безвідмовно, відповідно, з імовірностями p_1 , p_2 і p_3 . Знайти ймовірність того, що за час T вийде з ладу: (V - № варіанта)

- а) тільки один елемент;
- б) хоча б один елемент;

Значення параметрів обчислити за наступними формулами:

$$k = |14,9 - V| \div 100$$

$$p_1 = 1 - k, \quad p_2 = 0,9 - k, \quad p_3 = 0,85 - k$$

Задача 1.5. У першій урні K білих і L чорних куль, а в другій урні M білих і N чорних куль. З першої урни випадково виймають P куль, а з другої — Q куль. Знайти ймовірність того, що серед вийнятих куль:

- а) усі кулі одного кольору;
- б) тільки три білих кулі;
- в) хоча б одна біла куля.

Значення параметрів K , L , M , N , P и Q по варіантах приведені в табл.2.

Таблиця 2

| Варіант | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|----------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| <i>K</i> | 6 | 5 | 4 | 7 | 5 | 5 | 5 | 5 | 6 | 6 | 8 | 6 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| <i>L</i> | 4 | 5 | 5 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 3 | 5 | 6 | 7 | 8 | 7 | 6 | 5 |
| <i>M</i> | 5 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 | 6 | 7 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 6 | 6 | 6 |
| <i>N</i> | 7 | 8 | 8 | 3 | 4 | 3 | 4 | 5 | 6 | 3 | 5 | 4 | 7 | 4 | 5 | 6 |
| <i>P</i> | 3 | 2 | 2 | 3 | 1 | 3 | 2 | 4 | 3 | 2 | 4 | 2 | 2 | 3 | 1 | 4 |
| <i>Q</i> | 2 | 2 | 3 | 1 | 4 | 2 | 2 | 1 | 3 | 2 | 1 | 3 | 3 | 3 | 4 | 1 |

| Варіант | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
|----------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| <i>K</i> | 3 | 5 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| <i>L</i> | 4 | 3 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| <i>M</i> | 6 | 4 | 7 | 7 | 8 | 7 | 7 | 7 | 7 | 4 | 8 | 4 | 4 | 4 | 8 |
| <i>N</i> | 7 | 9 | 3 | 4 | 3 | 5 | 6 | 7 | 8 | 8 | 5 | 6 | 7 | 4 | 5 |
| <i>P</i> | 2 | 2 | 3 | 2 | 4 | 2 | 3 | 3 | 1 | 4 | 3 | 2 | 3 | 1 | 3 |
| <i>Q</i> | 2 | 3 | 3 | 3 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 1 | 3 | 2 | 2 | 4 | 3 |

Задача 1.6. В урні міститься K чорних і білих куль, до них додають L білих куль. Після цього з урни випадково виймають M куль. Знайти ймовірність того, що усі вийняті кулі білі, припускаючи, що всі можливі припущення про первинний зміст урни рівноцінні.

Значення параметрів K , L і M по варіантах приведені в табл. 3.

Задача 1.7. В одній урні K білих і L чорних куль, а в другій — M білих і N чорних куль з першої урни випадково виймають P куль і опускають у другу урну. Після цього з другої урни також випадково виймають R куль. Знайти ймовірність того, що всі кулі, вийняті з другої урни, білі.

Таблиця 3

| Варіант | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| K | 4 | 3 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 3 | 3 |
| L | 2 | 4 | 3 | 2 | 4 | 4 | 4 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| M | 3 | 4 | 4 | 3 | 4 | 2 | 3 | 2 | 3 | 4 | 2 | 3 | 4 | 5 | 2 | 3 |

| Варіант | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
|---------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| K | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| L | 4 | 5 | 5 | 5 | 5 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| M | 5 | 2 | 3 | 4 | 5 | 2 | 3 | 4 | 5 | 2 | 3 | 4 | 5 | 2 | 3 |

Значення параметрів K , L , M , N , P і R по варіантах приведені в табл.4.

Таблиця 4

| Варіант | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| K | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| L | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 |
| M | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| N | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 5 | 4 | 6 | 7 | 8 | 9 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| P | 3 | 2 | 3 | 2 | 3 | 3 | 4 | 2 | 3 | 2 | 3 | 3 | 4 | 3 | 4 | 4 |
| R | 4 | 3 | 3 | 4 | 4 | 2 | 3 | 4 | 3 | 4 | 3 | 4 | 3 | 2 | 3 | 2 |

Продовження таблиці 4

| Варіант | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
|----------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| <i>K</i> | 6 | 6 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| <i>L</i> | 3 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <i>M</i> | 3 | 3 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| <i>N</i> | 7 | 8 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 8 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 |
| <i>P</i> | 3 | 3 | 2 | 2 | 3 | 3 | 2 | 3 | 3 | 2 | 2 | 3 | 3 | 2 | 2 |
| <i>R</i> | 3 | 4 | 4 | 3 | 3 | 4 | 5 | 2 | 3 | 3 | 2 | 2 | 4 | 2 | 3 |

Задача 1.8. У піраміді стоять R гвинтівок, з них L з оптичним прицілом. Стрілець, стріляючи з гвинтівки з оптичним прицілом, може вразити мішень з імовірністю p_1 , а стріляючи з гвинтівки без оптичного прицілу — з імовірністю p_2 . Знайти ймовірність того, що стрілець вразить мішень, стріляючи з випадково взятої гвинтівки. Значення параметрів обчислити за наступними формулами:

$$k = |14 - V|,$$

$$p_1 = 0,95 - k/100, \quad p_2 = 0,6 - k/100,$$

$$R = 5 + k, \quad L = \begin{cases} 3, & V \leq 14, \\ 4, & V > 14. \end{cases}$$

Задача 1.9. У монтажному цеху до пристрою приєднується електродвигун. Електродвигуни поставляються трьома заводами-виготовлювачами. На складі є електродвигуни цих заводів відповідно в кількості M_1 , M_2 і M_3 штук, що можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного терміну з імовірностями відповідно p_1 , p_2 і p_3 . Робітник бере випадково один електродвигун і монтує його до пристрою. Знайти імовірності того, що змонтований і працюючий безвідмовно до кінця гарантійного терміну електродвигун поставлений відповідно першим, другим чи третім заводом-виготовлювачем. Значення параметрів обчислити за наступними формулами:

$$k = |14 - V|,$$

$$p_1 = 0,99 - k/100, \quad p_2 = 0,9 - k/100, \quad p_3 = 0,85 - k/100,$$

$$M_1 = 5 + k, \quad M_2 = 20 - k, \quad M_3 = 25 - k.$$

РОБОТА 2

Завдання

- 1) Переписати текст задачі, замінюючи всі параметри їхніми значеннями для розв'язуваного варіанта.
- 2) Визначити вихідні дані і результати.
- 3) Визначити придатні формули обчислення і виконати обчислення за допомогою мікрокалькулятора і таблиць.
- 4) Побудувати необхідні графіки.

Задача 2.1. У кожному з n незалежних випробувань подія A відбувається з постійною імовірністю p . Обчислити всі імовірності p_k , $k=0, 1, 2, \dots, n$, де k — частота події A . Побудувати графік імовірностей p_k — многокутник розподілу. Знайти найможливішу частоту. Значення параметрів n і p обчислити за наступними формулами:

$$n = \begin{cases} 11, & V \leq 10, p = 0,3 + V/100 \\ 10, & 10 < V \leq 20, \\ 9, & V > 20. \end{cases}$$

Відповідь записати у вигляді ряду розподілу випадкової величини X — кількість появи A в n випробуваннях.

Задача 2.2. У кожному з n незалежних випробувань подія A відбувається з постійною імовірністю p . Знайти ймовірність того, що подія A відбувається:

- а) точно G раз;
- б) точно L раз;
- в) менше, ніж M і більше, ніж F раз;
- г) менше, ніж R раз.

Значення параметрів n , p , G , L , M , F і R обчислити за наступними формулами:

$$\begin{aligned} n &= 500 + V \times 10; & p &= 0,4 + V/100; \\ G &= 220 + V \times 10; & L &= G - 30; \\ M &= G + 20 + V; & F &= G - 40 + V; R = G + 15. \end{aligned}$$

Задача 2.3. На телефонній станції неправильне з'єднання відбувається з імовірністю p . Знайти ймовірність того, що серед n з'єднань має місце:

- а) точно G неправильних з'єднань;
- б) менше, ніж L неправильних з'єднань;
- в) більше, ніж M неправильних з'єднань.

Значення параметрів p , n , G , L і M обчислити за наступними формулами:

$$\begin{aligned} D &= V \times 100 + 200, & p &= 1/D, & S &= \text{залишок } (V/7) + 1; \\ n &= S \times D, & G &= \text{залишок } (V/5) + 1; \\ L &= \text{залишок } (V/6) + 3, & M &= \text{залишок } (V/8) + 2. \end{aligned}$$

Задача 2.4. У кожному з n незалежних випробувань подія A відбувається з постійною імовірністю p . Знайти ймовірність того, що відносна частота k/n цієї події відрізняється по абсолютній величині від імовірності p не більше, ніж на $\varepsilon_1 > 0$, $\varepsilon_2 > 0$.

Значення параметрів n , p , ε_1 і ε_2 обчислити за наступними формулами:

$$\begin{aligned} n &= 600 - V \times 10, & p &= 0,85 - V/100; \\ \varepsilon_1 &= 0,0055 - V/10000; & \varepsilon_2 &= 2 \varepsilon_1. \end{aligned}$$

Задача 2.5. Випадкова величина X задана рядом розподілу

| | | | | |
|-----|-------|-------|-------|-------|
| X | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 |
| P | p_1 | p_2 | p_3 | p_4 |

Знайти функцію розподілу $F(x)$ випадкової величини X і побудувати її графік. Обчислити для X її середнє значення MX , дисперсію DX і моду M_0 .

Значення параметрів x_1 , x_2 , x_3 , x_4 , p_1 , p_2 , p_3 , p_4 обчислити за наступними формулами:

$$\begin{aligned} R &= \text{залишок } (V/4) + 2; \\ x_1 &= V + 3, & x_2 &= x_1 + R, & x_3 &= x_2 + R, & x_4 &= x_3 + 2R, \\ p_1 &= \frac{1}{R + 5}, & p_2 &= \frac{1}{R + 3}, & p_3 &= \frac{41 + 33R + R^2 - R^3}{(R + 3)(R + 5)(8 - R)}, & p_4 &= \frac{1}{8 - R}. \end{aligned}$$

Задача 2.6. Випадкова величина X задана функцією щільності імовірності

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ x/K, & 0 < x \leq R, \\ 0, & x > R. \end{cases}$$

Знайти функцію розподілу $F(x)$ випадкової величини X . Побудувати графіки функцій $p(x)$ і $F(x)$. Обчислити для X математичне сподівання MX , дисперсію DX , моду M_0 і медіану M_e .

Значення параметрів K и R обчислити за наступними формулами:

$$K = 2 + V, R = \sqrt{2 \times K} .$$

Задача 2.7. Випадкова величина X задана функцією розподілу

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ x/K, & 0 < x \leq K, \\ 1, & x > K. \end{cases}$$

Знайти функцію щільності імовірності $p(x)$ випадкової величини X . Побудувати графіки функцій $p(x)$ і $F(x)$. Обчислити для X її середнє значення MX , дисперсію DX , моду M_o і медіану M_e . Значення параметра K обчислити за формулою

$$K = 3 + V.$$

Задача 2.8. Задана випадкова величина $X \in N(a, \sigma)$. Знайти ймовірність того, що ця випадкова величина приймає значення

а) в інтервалі $[c, b]$,

б) менше K ;

в) більше L ,

г) які відрізняються від свого середнього значення по абсолютній величині не більше, ніж на ε .

Значення параметрів c, σ, a, b, K, L і ε обчислити за наступними формулами:

$$a = V, \sigma = \text{залишок}(V/8) + 2, S = \text{залишок}(V/5) + 1,$$

$$c = V - S, b = V + 2S, K = V - S,$$

$$L = V + 2S, \varepsilon = \sigma/2.$$

Задача 2.9. Задана випадкова величина $X \in N(a, \sigma)$ і точки x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 на числовій осі, що розділяють її на шість інтервалів. Знайти ймовірність того, що випадкова величина X приймає значення в цих інтервалах.

Значення параметрів $a, \sigma, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$ обчислити за наступними формулами:

$$a = V - 10, \sigma = \text{залишок}(V/6) + 3, S = \text{залишок}(V/4) + 2,$$

$$T = \text{залишок}(V/3) + 1, x_1 = V - 15 - S, x_2 = V - 12 - T,$$

$$x_3 = V - 5 - S, x_4 = V - T, x_5 = V + S.$$