Лекція №7.

Тема: Вступ до аналітичної геометрії. Пряма на площині.

План лекції:

1. Вступ до аналітичної геометрії.
2. Рівняння кривої в полярній системі координат.
3. Параметричне рівняння лінії.
4. Поділ відрізка у заданому відношенні.
5. Пряма на площині:
    1) різні види рівнянь прямої на площині;
    2) загальне рівняння прямої та його дослідження;
    3) кут між двома прямими, умови паралельності та перпендикулярності прямих;
    4) відстань від точки до прямої.

1. <u>Вступ до аналітичної геометрії</u>

Аналітична геометрія – це розділ математики, в якому властивості геометричних об'єктів вивчають засобами алгебри на основі методу координат.

Спочатку розглянемо елементи аналітичної геометрії на площині. Французький математик Рене Декарт запропонував положення точки на площині відносно заданої системи координат визначати за допомогою двох чисел – її координат, а кожну лінію на площині розглядати, як множину точок, заданих певною геометричною умовою, яку записують у вигляді рівняння.

Дамо означення рівняння лінії.

Означення 7.1. Рівняння

$$F(x,y)=0 \tag{1}$$

з двома змінними x, y задає лінію в прямокутній системі координат, якщо:

1) Координати будь-якої точки лінії задовольняють рівняння;
2) Будь-яка пара чисел x, y, які задовольняють рівняння, є координатами деякої точки лінії.

Іншими словами: точка належить лінії тоді і тільки тоді, коли її координати задовольняють рівняння лінії.

Другу умову можна переформулювати так: якщо точка не належить лінії, то її координати не задовольняють рівняння лінії.

Якщо лінія задана рівнянням (1), то кажуть, що вона визначена (задана) неявно, а якщо рівняння лінії записане у вигляді

$$y=f(x), \tag{2}$$

то кажуть, що лінія задана явно.

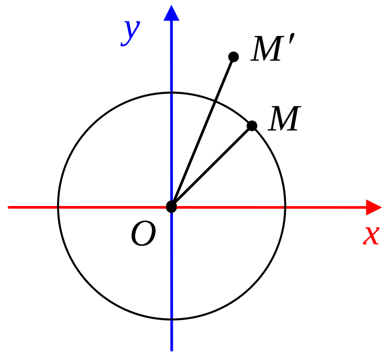
Дамо означення лінії, яка визначена рівнянням:

Означення 7.2. Лінія, визначена даним рівнянням в деякій системі координат – це множина всіх точок (геометричне місце точок) площини, координати яких задовольняють дане рівняння.

Типові задачі аналітичної геометрії:

1) Скласти рівняння лінії, яка задана певною геометричною умовою (характеристичною властивістю);
2) Встановити геометричний образ та дослідити властивості лінії, яка визначена даним рівнянням.

Наприклад, коло з центром у точці O радіуса R можна розглядати, як геометричне місце точок, віддалених від точки O на відстань R. Отже, для будь-якої точки M, що лежить на колі, $|\overrightarrow{OM}|=R$. З іншого боку, якщо точка M' не лежить на колі, то $|\overrightarrow{OM'}|\neq R$.

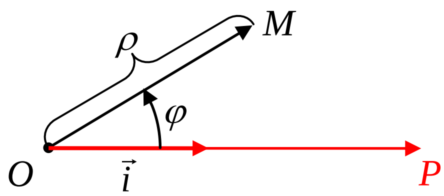


Знайдемо рівняння кола. Нехай точка кола M має координати (x,y), тоді $\overrightarrow{OM}=(x-0,y-0)=(x,y)$, $|\overrightarrow{OM}|=R \Leftrightarrow \sqrt{x^2+y^2}=R \Leftrightarrow x^2+y^2=R^2$.

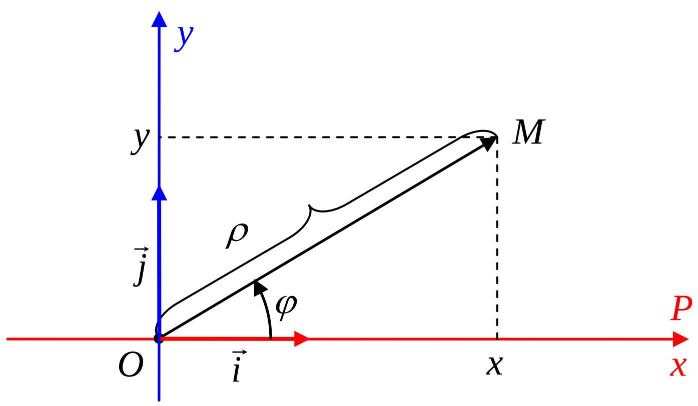
2. <u>Рівняння кривої в полярній системі координат</u>

Означення 7.3. Полярна система координат визначена, якщо на площині задана точка O (початок координат), яку називають полюсом, та одиничний вектор $\vec{i}$. Промінь OP співнапрямлений з $\vec{i}$ називають полярною віссю.

Положення кожної точки M площини однозначно визначається полярними координатами цієї точки – парою чисел (ρ,φ), де $\rho=|\overrightarrow{OM}|$ – довжина радіус-вектора точки (полярний радіус), φ – кут між променями OM та OP (полярний кут). Полярний кут вважають додатним, якщо його відкладають проти годинникової стрілки. Полюс O є особливою точкою цієї системи координат, оскільки для точки O полярний радіус дорівнює 0, а полярний кут можна обирати довільним.



Означення 7.4. Декартова прямокутна система координат називається узгодженою із даною полярною системою, якщо їх початки збігаються, а полярна вісь, співпадає з додатною піввіссю осі абсцис (орієнтація обох систем передбачається правою).



У такому випадку не важко знайти зв'язок між декартовими та полярними координатами однієї і тієї ж точки:

$$\begin{cases} x = \rho\cos\varphi, \\ y = \rho\sin\varphi. \end{cases} \quad (3)$$

Неявне рівняння лінії в полярній системі координат має вигляд

$$\Phi(\rho,\varphi) = 0,$$

а явне записується так

$$\rho = \rho(\varphi).$$

Наприклад, підставивши рівності (3) в рівняння кола $x^2 + y^2 = R^2$, отримаємо

$$(\rho\cos\varphi)^2 + (\rho\sin\varphi)^2 = R^2 \Leftrightarrow \rho^2(\cos^2\varphi + \sin^2\varphi) = R^2 \Leftrightarrow \rho^2 = R^2 \Leftrightarrow \rho = R.$$

Отже полярне рівняння кола має вигляд $\rho = R$.

3. <u>Параметричне рівняння лінії</u>

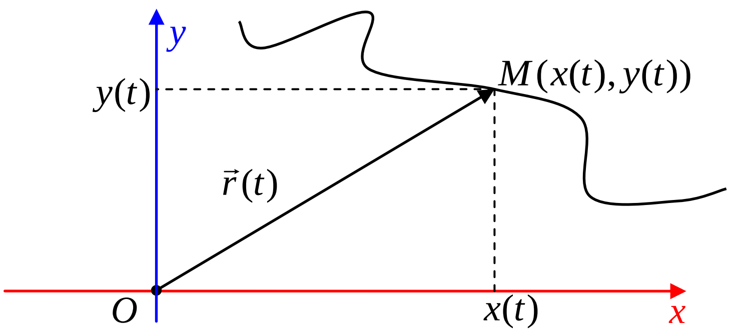
Означення 7.5. Нехай задано рівності

$$\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \end{cases} \quad (4)$$

де функції $x(t)$ та $y(t)$ мають непорожню спільну область визначення T. І нехай кожному значенню $t \in T$ відповідає точка $M(x(t), y(t))$ деякої кривої L, а для кожної точки $M(x, y) \in L$ знайдеться таке $t \in T$, що $x(t)$ і $y(t)$ є координатами точки M. Тоді рівності (4) називають параметричними рівняннями кривої L, змінну t називають параметром цих рівнянь, а криву називають заданою параметрично.

Параметричні рівняння можна записати у векторному вигляді:

$$\vec{r} = \vec{r}(t), \text{ або } \vec{r} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}, \text{ або } \vec{r} = (x(t), y(t)).$$



Наприклад, параметричне рівняння кола має вигляд

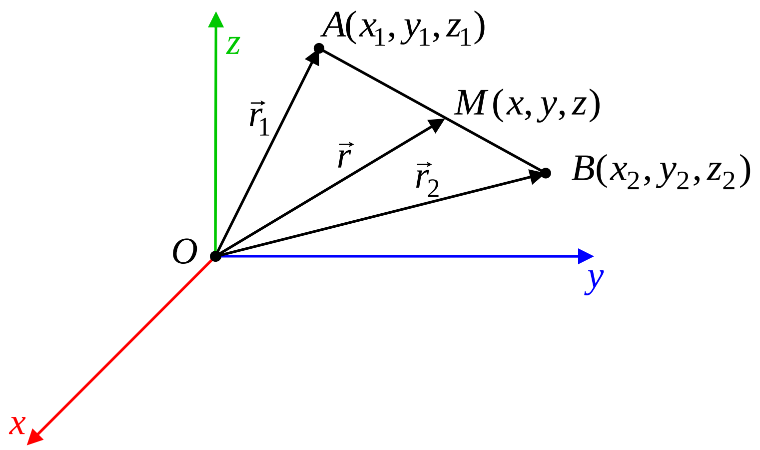
$$\begin{cases} x = R\cos t, \\ y = R\sin t, \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi).$$

В цьому рівнянні параметр t має геометричний зміст кута між радіус-вектором точки $M(x(t), y(t))$ та віссю Ox.

4. <u>Поділ відрізка у заданому відношенні</u>

Нехай відрізок AB задано точками $A(x_1, y_1, z_1)$ і $B(x_2, y_2, z_2)$. Знайдемо координати точки $M(x, y, z)$, яка ділить цей відрізок у відношенні λ, тобто

$$\frac{|\overrightarrow{AM}|}{|\overrightarrow{MB}|} = \lambda.$$



Знаймо радіус-вектори точок A, B та M:

$$\vec{r}_1 = \overrightarrow{OA} = (x_1, y_1, z_1),\ \vec{r}_2 = \overrightarrow{OB} = (x_2, y_2, z_2),\ \vec{r} = \overrightarrow{OM} = (x, y, z).$$

Оскільки $\overrightarrow{AM} \uparrow\uparrow \overrightarrow{MB}$, то умову можна перепасти так

$$\overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{MB}.$$

Виразимо в останній рівності вектори $\overrightarrow{AM}$ і $\overrightarrow{MB}$ через радіус-вектори $\vec{r}_1$, $\vec{r}_2$:

$$\vec{r} - \vec{r}_1 = \lambda(\vec{r}_2 - \vec{r}) \Rightarrow \vec{r} + \lambda\vec{r} = \vec{r}_1 + \lambda\vec{r}_2 \Rightarrow \vec{r} = \frac{\vec{r}_1 + \lambda\vec{r}_2}{1+\lambda}. \tag{5}$$

Прирівнюючи координати векторів, що стоять по обидві сторони рівності (5) отримаємо:

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1+\lambda},\ y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1+\lambda},\ z = \frac{z_1 + \lambda z_2}{1+\lambda}.$$

Зокрема, якщо відрізок ділиться навпіл, то $\lambda = 1$, і координати середини відрізка дорівнюють:

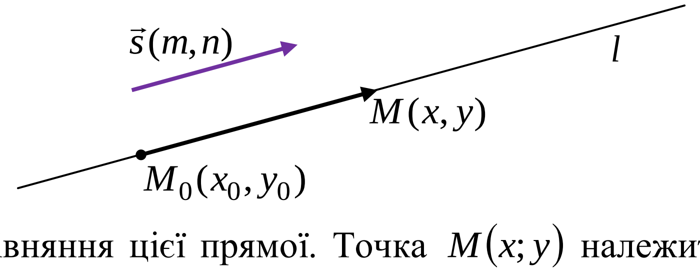
$$x_c = \frac{x_1 + x_2}{2},\ y_c = \frac{y_1 + y_2}{2},\ z_c = \frac{z_1 + z_2}{2}.$$

5. Пряма на площині

1) Різні види рівнянь прямої на площині.

Пряма на площині може бути задана різними способами. Кожному способу задання в декартовій прямокутній системі координат відповідає певне рівняння прямої.

Нехай пряма l на площині проходить через задану точку $M_0(x_0; y_0)$ паралельно заданому вектору $\vec{s}(m,n)$. Вектор $\vec{s}$ називають напрямним вектором прямої.



Складемо рівняння цієї прямої. Точка $M(x; y)$ належить прямій l тоді і тільки тоді, коли $\overrightarrow{M_0M} \parallel \vec{s}$. Із умови колінеарності векторів маємо, що існує таке дійсне число t, що $\overrightarrow{M_0M} = t \cdot \vec{s}$. Якщо $\vec{r}$ і $\vec{r}_0$ – радіус вектори точок M і M_0 відповідно, то $\vec{r} - \vec{r}_0 = t \cdot \vec{s}$. Звідки маємо векторне рівняння прямої

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + t \cdot \vec{s},$$

де t - параметр. Або у розгорнутому вигляді $\vec{r} = (x_0, y_0) + t \cdot (m, n)$. Остаточно

$$\vec{r} = (x_0 + mt, y_0 + nt).$$

Рівняння $\vec{r} = \vec{r}_0 + t \cdot \vec{s}$ називають векторно-параметричним рівнянням прямої.

Прирівнявши відповідні координати векторів у лівій і правій частині останньої рівності, отримаємо:

$$\begin{cases} x = x_0 + mt, \\ y = y_0 + nt \end{cases}$$ – параметричне рівняння прямої.

Виразимо параметр t з кожної із рівностей

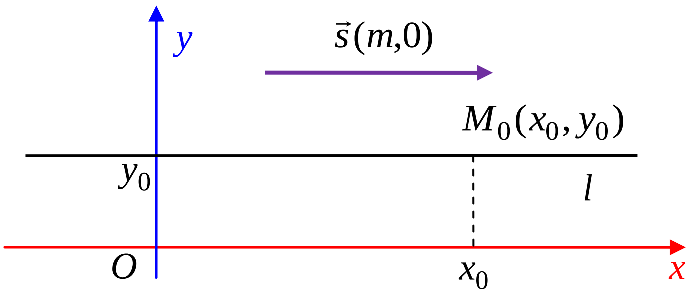
$$\begin{cases} t = \dfrac{x - x_0}{m}, \\ t = \dfrac{y - y_0}{n}. \end{cases}$$

Ліві частини рівностей однакові, отже і праві теж однакові. Отримаємо:

$$\frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{n}.$$

Отримане рівняння називають канонічним рівнянням прямої.

Зокрема, якщо пряма проходить через точку $M_0(x_0; y_0)$ паралельно до осі Ox, то напрямний вектор прямої $\vec{s} = (m; 0)$.

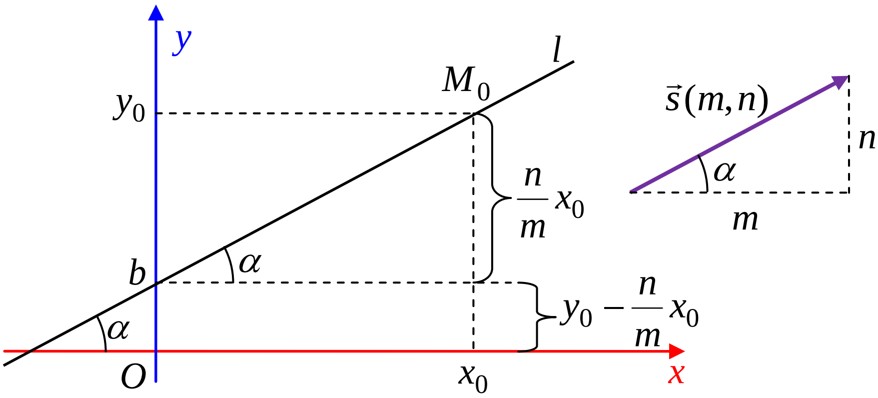


Канонічне рівняння прямої набуде вигляду:

$$\frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{0} \Rightarrow (x - x_0) \cdot 0 = (y - y_0) \cdot m \Rightarrow (y - y_0) \cdot m = 0 \Rightarrow (y - y_0) = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow y = y_0.$$

Аналогічно рівняння прямої, що проходить через точку $M_0(x_0; y_0)$ паралельно до осі Oy: $x = x_0$.

Якщо пряма l не паралельна до Ox, то $\vec{s}(m; n)$, $m \neq 0$.



Тоді канонічне рівняння можна записати у вигляді $y-y_0=\frac{n}{m}(x-x_0)$.
Позначимо через $k=\frac{n}{m}=tg\alpha$ – кутовий коефіцієнт прямої l, де α – кут, який утворює l з додатнім напрямом осі Ox, тоді $y-y_0=k(x-x_0)$ – рівняння прямої, що проходить через точку $M_0(x_0;y_0)$ і має кутовий коефіцієнт k.

Розкриємо дужки у рівнянні $y-y_0=\frac{n}{m}(x-x_0)$, отримаємо:

$$y-y_0=\frac{n}{m}x-\frac{n}{m}x_0 \Rightarrow y=y_0+\frac{n}{m}x-\frac{n}{m}x_0 \Rightarrow y=\frac{n}{m}x+\left(y_0-\frac{n}{m}x_0\right)$$

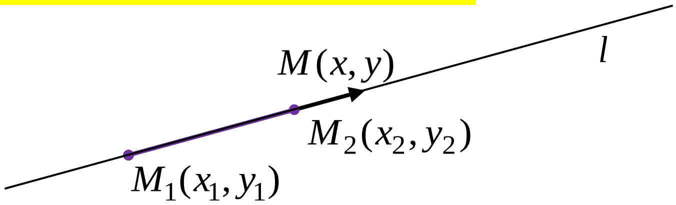
Позначимо $y_0-\frac{n}{m}x_0=b$ (точка перетину прямої з віссю ординат), тоді рівняння набуде вигляду

$$y=kx+b.$$

Таке рівняння називають рівнянням прямої з кутовим коефіцієнтом.

Якщо пряма l проходить через початок координат $O(0;0)$, то рівняння такої прямої $y=kx$.

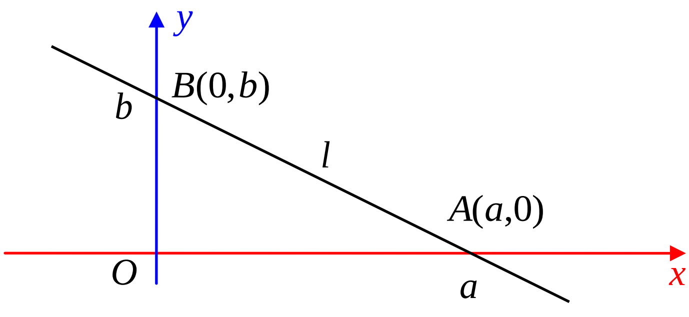
Розглянемо наступний спосіб задання прямої. Нехай пряма проходить через дві фіксовані точки $M_1(x_1;y_1)$ і $M_2(x_2;y_2)$.



Напрямним вектором прямої l є вектор $\vec{s}=\overrightarrow{M_1M_2}==(x_2-x_1;y_2-y_1)$. Тоді цю пряму можна розглядати, як пряму, що проходить через точку $M_1(x_1;y_1)$ паралельно до вектора $\overrightarrow{M_1M_2}$:

$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$ – рівняння прямої, що проходить через дві точки.

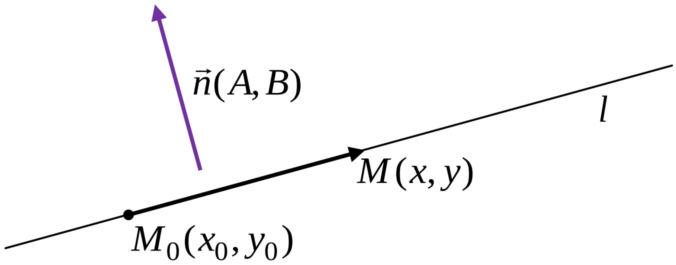
Якщо пряма l буде проходити через точки $A(a;0)$ і $B(0;b)$, то її рівняння набуде вигляду:



$$\frac{x-a}{0-a}=\frac{y-0}{b-0} \Rightarrow \frac{x-a}{-a}=\frac{y}{b} \Rightarrow \frac{x}{-a}+1=\frac{y}{b} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$$ – рівняння прямої у відрізках по осях.

Наступний спосіб задання прямої: пряма проходить через точку $M_0(x_0; y_0)$ перпендикулярно до вектора $\vec{n} = (A; B)$, який називають нормальним вектором прямої l.



Точка $M(x; y)$ належить прямій l тоді і тільки тоді, коли вектор $\overrightarrow{M_0M}$ буде перпендикулярний до вектора $\vec{n}$.

$$\left.\begin{array}{l} \overrightarrow{M_0M} \perp \vec{n} \Rightarrow \left\langle \overrightarrow{M_0M}, \vec{n} \right\rangle = 0, \\ \overrightarrow{M_0M} = (x - x_0; y - y_0), \\ \vec{n} = (A; B) \end{array}\right\} \Rightarrow A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$$ – рівняння прямої,

що проходить через точку $M_0(x_0; y_0)$ перпендикулярно до вектора $\vec{n} = (A; B)$. Розкриємо дужки в отриманому рівнянні: $Ax + By + (-Ax_0 - By_0) = 0$. Позначимо $-Ax_0 - By_0 = C$. Тоді отримаємо:

$$Ax + By + C = 0$$ – загальне рівняння прямої.

Якщо $Ax + By + C = 0$ загальне рівняння прямої, то координати її напрямного вектора $\vec{s} = (-B; A)$, а нормального вектора $\vec{n} = (A; B)$.

2) Загальне рівняння прямої та його дослідження.

Усі отримані рівняння прямої лінії є рівняннями першого степеня відносно змінних x і y, тобто є лінійними рівняннями. Отже, рівняння будь-якої прямої, яка лежить на площині , є лінійним рівнянням відносно x і y.

Справедливим є і обернене твердження: кожне лінійне рівняння $Ax + By + C = 0$ визначає на площині у декартовій прямокутній системі координат пряму лінію.

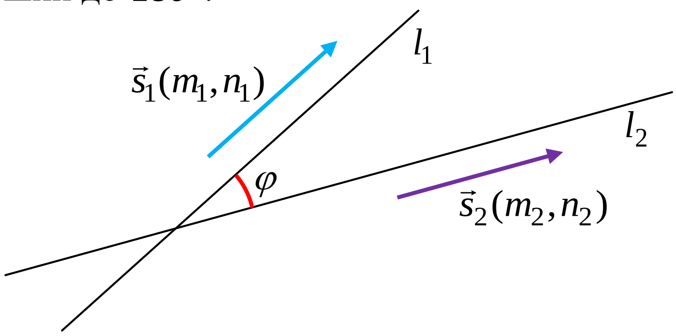
Дослідимо загальне рівняння прямої, тобто розглянемо окремі випадки розміщення прямої в системі координат Oxy залежно від значень коефіцієнтів A, B, C:

1. $A \neq 0, B \neq 0, C \neq 0$, то рівняння $Ax + By + C = 0$ зводиться до рівняння прямої у відрізках по осях $\dfrac{x}{-\frac{C}{A}} + \dfrac{y}{-\frac{C}{B}} = 1$. Пряма перетинає осі координат у точках $\left(-\dfrac{C}{A}; 0\right)$ і $\left(0; -\dfrac{C}{B}\right)$.
2. $A = 0, B \neq 0, C \neq 0 \Rightarrow By + C = 0 \Rightarrow y = -\dfrac{C}{B}$. Пряма проходить через точку $\left(0; -\dfrac{C}{B}\right)$ паралельно осі Ox.

3. $A \neq 0, B = 0, C \neq 0 \Rightarrow Ax + C = 0 \Rightarrow y = -\frac{C}{A}$. Пряма проходить через точку $\left(-\frac{C}{A};0\right)$ паралельно осі Oy.
4. $A \neq 0, B \neq 0, C = 0 \Rightarrow Ax + By = 0$. Пряма проходить через початок координат.
5. $A \neq 0, B = C = 0 \Rightarrow Ax = 0 \Rightarrow x = 0$ – рівняння осі Oy.
6. $B \neq 0, A = C = 0 \Rightarrow By = 0 \Rightarrow y = 0$ – рівняння осі Ox.

3) Кут між двома прямими, умови паралельності та перпендикулярності прямих

Кут між двома прямими вимірюється кутом між їх напрямними векторами. При цьому слід зазначити, що вибравши на одній із прямих напрямний вектор, направлений в протилежну сторону, отримаємо другий кут, який доповнює перший до 180^0.



Розглянемо умови паралельності та перпендикулярності двох прямих:

1) Якщо l_1 і l_2 задані канонічними рівняннями

$$l_1: \frac{x-x_1}{m_1} = \frac{y-y_1}{n_1} \text{ та } l_2: \frac{x-x_2}{m_2} = \frac{y-y_2}{n_2},$$

а φ – кут між цими прямими, то

$$\cos\varphi = \frac{\langle \vec{s}_1, \vec{s}_2 \rangle}{|\vec{s}_1| \cdot |\vec{s}_2|} = \frac{m_1 m_2 + n_1 n_2}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2} \cdot \sqrt{m_2^2 + n_2^2}}.$$

Якщо l_1 і l_2 – паралельні, то $\vec{s}_1$ і $\vec{s}_2$ – колінеарні, а значить їх координати пропорційні:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2} \text{ – умова паралельності прямих.}$$

Якщо $l_1 \perp l_2$, то $\vec{s}_1 \perp \vec{s}_2$, а значить $\langle \vec{s}_1, \vec{s}_2 \rangle = 0$, тобто

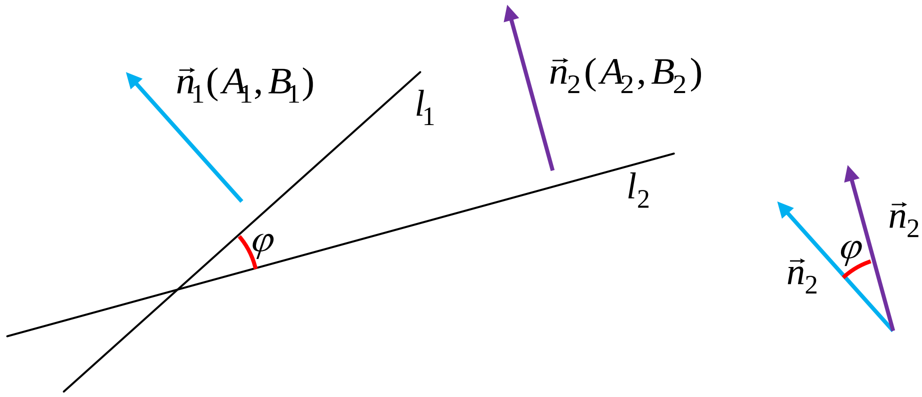
$$m_1 m_2 + n_1 n_2 = 0 \text{ – умова перпендикулярності двох прямих.}$$

2) Якщо l_1 і l_2 задані загальними рівняннями

$$l_1: A_1 x + B_1 y + C_1 = 0, \quad l_2: A_2 x + B_2 y + C_2 = 0,$$

тоді нормальні вектори прямих $\vec{n}_1(A_1, B_1)$ та $\vec{n}_2(A_2, B_2)$ і

$$\cos\varphi = \frac{\langle \vec{n}_1, \vec{n}_2 \rangle}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2}}.$$



Умова паралельності прямих у цьому випадку запишеться так

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2},$$

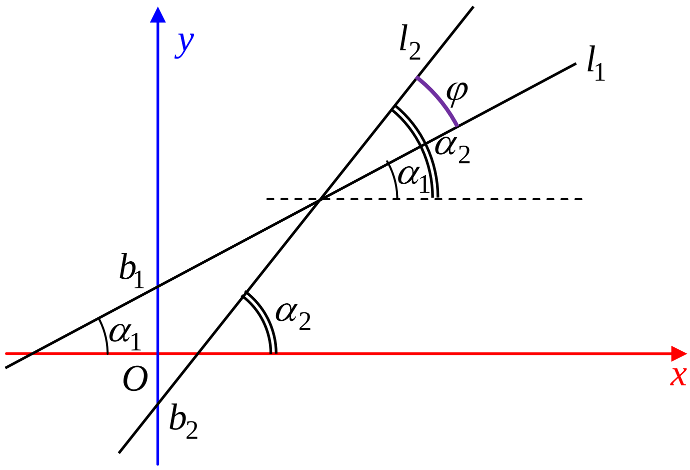
а умова перпендикулярності

$$A_1A_2 + B_1B_2 = 0.$$

3) Якщо l_1 і l_2 задані рівняннями з кутовими коефіцієнтами

$$l_1 : y = k_1x + b_1, \quad l_2 : y = k_2x + b_2,$$

то $k_1 = \operatorname{tg}\alpha_1$, $k_2 = \operatorname{tg}\alpha_2$ – кутові коефіцієнти.



Тоді $\varphi = \alpha_2 - \alpha_1 \Rightarrow \operatorname{tg}\varphi = \operatorname{tg}(\alpha_2 - \alpha_1) = \dfrac{\operatorname{tg}\alpha_2 - \operatorname{tg}\alpha_1}{1 + \operatorname{tg}\alpha_1 \operatorname{tg}\alpha_2}$. Отже

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2}.$$

$l_1 \parallel l_2 \Leftrightarrow \varphi = 0 \Leftrightarrow \operatorname{tg}\varphi = 0$, тому умова паралельності:

$$k_2 - k_1 = 0 \Leftrightarrow k_2 = k_1.$$

$l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow \varphi = \dfrac{\pi}{2} \Leftrightarrow \operatorname{tg}\varphi$ – не існує, тобто $1 + k_1k_2 = 0$, отже умова перпендикулярності прямих

$$k_2 = -\frac{1}{k_1}.$$

Приклад 7.1. Скласти рівняння прямої, що проходить через точку $(-8;1)$ паралельно прямій $2x - y + 7 = 0$.

Розв'язок.

Розв'яжемо дану задачу декількома способами.

1) Запишемо рівняння у вигляді $y = 2x + 7$. Оскільки задана пряма і шукана паралельні, то їх кутові коефіцієнти рівні $k = 2$. То рівняння шуканої прямої можна знайти, як рівняння прямої, що проходить через точку $(-8;1)$, з кутовим коефіцієнтом $k = 2$ $\left(y - y_0 = k(x - x_0)\right)$:

$$y - 1 = 2(x + 8) \Rightarrow y - 1 = 2x + 16 \Rightarrow 2x - y + 17 = 0.$$

2) Задана пряма має нормальний вектор $\bar{n} = (2;-1)$. Шукана пряма має такий же нормальний вектор, як і задана, тому що вони паралельні. Отже, рівняння шуканої прямої можна знайти, як рівняння прямої, що проходить через точку $(-8;1)$ перпендикулярно до вектора $\bar{n} = (2;-1)$ $\left(A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0\right)$:

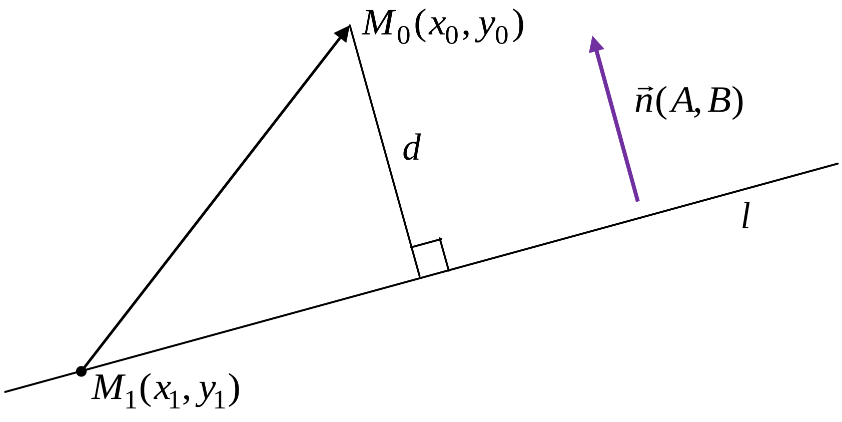
$$2(x + 8) - 1(y - 1) = 0 \Rightarrow 2x - y + 17 = 0.$$

3) Напрямний вектор заданої прямої $2x - y + 7 = 0$ $\bar{s} = (1;2)$. Шукана і задана прямі паралельні, тому $\bar{s} = (1;2)$ є напрямним вектором і шуканої прямої. Отже, можна записати канонічне рівняння шуканої прямої $\left(\dfrac{x - x_0}{m} = \dfrac{y - y_0}{n}\right)$:

$$\frac{x + 8}{1} = \frac{y - 1}{2} \Rightarrow 2x + 16 = y - 1 \Rightarrow 2x - y + 17 = 0.$$

4) <u>Відстань від точки до прямої</u>

Нехай задано рівняння прямої l: $Ax + By + C = 0$ і точку $M_0(x_0; y_0)$. Відстань d від точки M_0 до прямої l дорівнює модулю проекції вектора $\overrightarrow{M_1M_0}$, де $M_1(x_1; y_1)$ – точка прямої l, на напрям вектора нормалі $\vec{n}(A;B)$ до l.



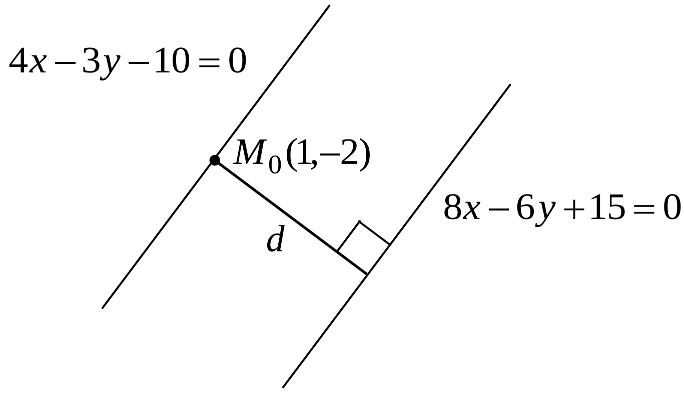
$$d = \left|np_{\vec{n}}\overrightarrow{M_1M_0}\right| = \frac{\left|\overrightarrow{M_1M_0} \cdot \vec{n}\right|}{|\vec{n}|} = \frac{\left|(x_0 - x_1)A + (y_0 - y_1)B\right|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{\left|Ax_0 + By_0 + (-Ax_1 - By_1)\right|}{\sqrt{A^2 + B^2}} =$$

$$= \left|\begin{matrix} Ax_1 + By_1 + C = 0 \\ C = -Ax_1 - By_1 \end{matrix}\right| = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}},$$

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$

Приклад 7.2. Знайти площу квадрата, дві сторони якого лежать на прямих $4x-3y-10=0$ і $8x-6y+15=0$.

Розв'язок.



Задані прямі паралельні, тому що $\frac{4}{8}=\frac{3}{6}$ (умова паралельності прямих, які задані загальними рівняннями). Отже, довжина сторони квадрата буде дорівнювати відстані між цими прямими. Знайдемо координати точки $M_0(x_0;y_0)$, що належить прямій $4x-3y-10=0$: Нехай координата $x_0=1$. Тоді, підставивши значення $x_0=1$ у рівняння прямої, знайдемо координату $y_0=-2$. Отже, $M_0(1;-2)$. Знайдемо відстань від M_0 до прямої $8x-6y+15=0$.

$$d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}=\frac{|8\cdot 1-6\cdot(-2)+15|}{\sqrt{8^2+(-6)^2}}=\frac{35}{10}=\frac{7}{2},\ S=d^2=\left(\frac{7}{2}\right)^2=\frac{49}{4}(\text{кв.од.}).$$