

Задача 4.

Розв'яжіть задану систему лінійних алгебраїчних рівнянь методом Гаусса.

Приклад розв'язування.

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 + 3x_5 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 2x_5 = 3, \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 + 3x_5 = 5, \\ -x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 6x_5 = 7. \end{cases}$$

$$(A, B) = \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 3 & 1 & -1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 & -1 & 3 & 5 \\ -1 & 4 & 3 & -2 & 6 & 7 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 3 & 1 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & -7 & -1 & 4 & -7 & -3 \\ 0 & 7 & 4 & -3 & 9 & 9 \\ 0 & 7 & 4 & -3 & 9 & 9 \end{array} \right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 3 & 1 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & -7 & -1 & 4 & -7 & -3 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 2 & 6 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 3 & 1 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & -7 & -1 & 4 & -7 & -3 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$r = 3.$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 + 3x_5 = 2, \\ -7x_2 - x_3 + 4x_4 - 7x_5 = -3, \\ 3x_3 + x_4 + 2x_5 = 6. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = -\frac{11}{21}x_4 + \frac{8}{21}x_5 - \frac{3}{7}, \\ x_2 = \frac{13}{21}x_4 - \frac{19}{21}x_5 + \frac{1}{7}, \\ x_3 = -\frac{1}{3}x_4 - \frac{2}{3}x_5 + 2, \\ x_4 = x_4, \\ x_5 = x_5. \end{cases}$$

Варіанти завдань для самостійного розв'язування.

$$\text{№1.} \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 + 2x_5 = -1, \\ 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 4x_4 + x_5 = -18, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 11, \\ x_1 - 2x_2 + 7x_3 + 4x_4 + 7x_5 = 9. \end{cases}$$

$$\text{№2.} \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 = 2, \\ 3x_1 - 6x_2 + 8x_3 - 5x_4 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 - 2x_4 = -5, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - 4x_4 = 5, \\ x_1 - 5x_2 + 4x_3 - 3x_4 = 6. \end{cases}$$

$$\text{№3.} \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 + 2x_5 = 7, \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 - 3x_5 = -1, \\ -x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + 4x_5 = -2, \\ x_1 - x_2 + 4x_3 + 3x_4 + x_5 = -3. \end{cases}$$

$$\text{№4.} \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = -2, \\ 2x_1 + x_2 + 7x_3 - x_4 = -3, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2, \\ -x_1 - 3x_2 + x_3 - 12x_4 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 5x_4 = 2. \end{cases}$$

$$\text{№5.} \begin{cases} x_1 + 4x_2 + x_4 + 2x_5 = 9, \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 - 3x_5 = -5, \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 - x_5 = 4, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 + x_5 = -1. \end{cases}$$

$$\text{№6.} \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 1, \\ x_1 - x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 4x_4 = -2, \\ 4x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 3. \end{cases}$$

$$\text{№7.} \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 7, \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 3x_4 + x_5 = 26, \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 - x_5 = 19, \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 3x_4 + x_5 = 16. \end{cases}$$

$$\text{№8.} \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 1, \\ 2x_1 - 2x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 4x_4 = -2, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 = 5. \end{cases}$$

$$\text{№9.} \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 4, \\ -3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 + x_5 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 - 4x_5 = 7, \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 6x_4 - x_5 = 9. \end{cases}$$

$$\text{№10.} \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 4x_4 = -2, \\ 2x_1 - 2x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 1, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 = 3. \end{cases}$$

$$\text{№11.} \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_5 = 9, \\ -4x_1 + 9x_2 - 2x_3 + x_4 + x_5 = -16, \\ 2x_1 - 2x_3 + 6x_4 = -2, \\ x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 6x_4 - x_5 = -11. \end{cases}$$

$$\text{№12.} \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 2, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 = -3, \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 1, \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 - 5x_4 = 2, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 5x_4 = 2. \end{cases}$$

$$\text{№13.} \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 - 3x_5 = 8, \\ -4x_1 - 6x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = -16, \\ -5x_1 - 8x_2 + 3x_3 + x_4 + 4x_5 = -24, \\ 2x_1 + 9x_3 - 3x_4 - x_5 = -14. \end{cases}$$

$$\text{№14.} \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 3, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 4, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 3, \\ 2x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 4. \end{cases}$$

$$\text{№15.} \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 - 3x_5 = -7, \\ 3x_1 + 5x_2 - 4x_3 + x_4 + x_5 = -10, \\ -2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 - 4x_5 = -5, \\ 2x_1 + 8x_2 - 2x_3 - 6x_5 = -22. \end{cases}$$

$$\text{№16.} \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 3, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 4, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1, \\ 2x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 2. \end{cases}$$

$$\text{№17.} \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 + x_5 = -3, \\ -5x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 6x_4 + 2x_5 = 1, \\ -2x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 = -5, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + 2x_4 - 4x_5 = 5. \end{cases}$$

$$\text{№18.} \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 3, \\ 3x_1 + 3x_3 - x_4 = -3, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 1, \\ 5x_1 + 3x_2 + 5x_3 = -2, \\ 4x_1 + 6x_3 - 2x_4 = -5. \end{cases}$$

$$\text{№19.} \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 + x_5 = -3, \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 + x_4 + 2x_5 = 1, \\ 4x_1 + 8x_2 + 3x_3 + 2x_4 - x_5 = -5, \\ -x_1 - 2x_2 + 6x_3 - x_5 = -4. \end{cases}$$

$$\text{№20.} \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 3, \\ -x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 2, \\ -2x_1 + x_2 - 5x_3 + 2x_4 = 5, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1, \\ -3x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 3. \end{cases}$$

$$\text{№21.} \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 - 2x_5 = 7, \\ -2x_1 - x_2 + 6x_3 + 4x_4 - 3x_5 = 3, \\ 3x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 9x_4 - x_5 = 7, \\ -3x_1 - 2x_2 + 4x_3 + x_4 - x_5 = -4. \end{cases}$$

$$\text{№22.} \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 2, \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 3, \\ x_1 - 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1, \\ -3x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 5. \end{cases}$$

$$\text{№23.} \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 - 2x_5 = 7, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 - 3x_5 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 - 5x_5 = 10, \\ -3x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = -4. \end{cases}$$

$$\text{№24.} \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 3, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 1, \\ 4x_1 + 6x_3 - 2x_4 = -5, \\ 5x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 1, \\ 3x_1 + 3x_3 - x_4 = -3. \end{cases}$$

$$\text{№25.} \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 3x_4 - 2x_5 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 - 3x_5 = 3, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 - 5x_5 = 5, \\ -3x_1 - 4x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = -4. \end{cases}$$

$$\text{№26.} \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 3, \\ -x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 2, \\ -2x_1 + x_2 - 5x_3 + 2x_4 = 5, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1, \\ -x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 5. \end{cases}$$

$$\text{№27.} \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 2, \\ 2x_1 + x_2 + 7x_3 - x_4 - 3x_5 = 3, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 + 2x_5 = 5, \\ -x_1 - 3x_2 + x_3 - 3x_4 = -2. \end{cases}$$

$$\text{№29.} \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 3x_4 - 2x_5 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 - 3x_5 = 3, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 - 5x_5 = 6, \\ -3x_1 - 4x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = -4. \end{cases}$$

$$\text{№28.} \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 1, \\ 3x_1 + 5x_2 + 4x_3 - 2x_4 = -5, \\ 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 4x_4 = 5, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 3. \end{cases}$$

$$\text{№30.} \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 = 2, \\ 3x_1 - 6x_2 + 8x_3 - 5x_4 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 - 2x_4 = -5, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - 4x_4 = 5, \\ 3x_1 + 2x_3 - x_4 = 3. \end{cases}$$