

Задача 8.

Для заданих координат вершин трикутника ABC знайдіть:

- 1) рівняння сторін AB , BC , AC ;
- 2) рівняння медіани AM ;
- 3) рівняння висоти BH ;
- 4) точку перетину AM і BH ;
- 5) рівняння прямої l , що проходить через точку A паралельно прямій BC , і знайдіть відстань між цими прямими;
- 6) рівняння бісектриси CK .

Приклад розв'язування.

$$A(2, 4), B(1, -3), C(-4, 2).$$

$$1) (AB): \frac{x-2}{1-2} = \frac{y-4}{-3-4}; \frac{x-2}{-1} = \frac{y-4}{-7}; -7x+y+10=0;$$

$$(BC): \frac{x-1}{-4-1} = \frac{y-(-3)}{2-(-3)}; \frac{x-1}{-5} = \frac{y+3}{5}; 5x+5y+10=0; x+y+2=0;$$

$$(AC): \frac{x-2}{-4-2} = \frac{y-4}{2-4}; \frac{x-2}{-6} = \frac{y-4}{-2}; -2x+6y-20=0; -x+3y-10=0;$$

$$2) \text{ Середина } BC \text{ точка } M = \left(\frac{1-4}{2}, \frac{-3+2}{2}\right) = \left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right);$$

$$\text{Медіана } (AM): \frac{x-2}{-\frac{3}{2}-2} = \frac{y-4}{-\frac{1}{2}-4}; \frac{x-2}{-\frac{7}{2}} = \frac{y-4}{-\frac{9}{2}}; -\frac{9}{2}x+\frac{7}{2}y-5=0; -9x+7y-10=0;$$

$$3) \bar{n}_{BH} = \overline{AC} = (-4-2, 2-4) = (-6, -2);$$

$$\text{Висота } (BH): (-6)(x-1) + (-2)(y-(-3)) = 0; -6x-2y=0; -3x-y=0;$$

4) Точка перетину медіани (AM) і висоти (BH) :

$$\begin{cases} -9x_1 + 7x_2 = 10, \\ -3x_1 - x_2 = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} -9x_1 + 7x_2 = 10, \\ -\frac{10}{3}x_2 = -\frac{10}{3}. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = -\frac{1}{3}, \\ x_2 = 1. \end{cases}$$

$$5) \bar{a}_l = \overline{BC} = (-4-1, 2-(-3)) = (-5, 5);$$

$$l: \frac{x-2}{-5} = \frac{y-4}{5}; 5x+5y-30=0; x+y-6=0;$$

$$\text{Відстань від точки } B \text{ до прямої } l: d = \frac{|1 \cdot 1 + 1 \cdot (-3) + (-6)|}{\sqrt{(1)^2 + (1)^2}} = \frac{|1-3-6|}{\sqrt{1+1}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2};$$

$$6) \overline{CA} = (2-(-4), 4-2) = (6, 2); |\overline{CA}| = |(6, 2)| = \sqrt{(6)^2 + (2)^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10};$$

$$\overline{CB} = (1-(-4), -3-2) = (5, -5); |\overline{CB}| = |(5, -5)| = \sqrt{(5)^2 + (-5)^2} = \sqrt{25+25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2};$$

$$\text{Бісектриса } CK: \frac{x-(-4)}{\frac{6}{2\sqrt{10}} + \frac{5}{5\sqrt{2}}} = \frac{y-2}{\frac{2}{2\sqrt{10}} - \frac{5}{5\sqrt{2}}}; \frac{x+4}{\frac{3}{\sqrt{10}} + \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{y-2}{\frac{1}{\sqrt{10}} - \frac{1}{\sqrt{2}}}; \frac{x+4}{3+\sqrt{5}} = \frac{y-2}{1-\sqrt{5}}.$$

Варіанти завдань для самостійного розв'язування.

- | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| №1. $A(2, 2), B(8, 1), C(6, 7).$ | №2. $A(1, 3), B(8, 4), C(6, -2).$ |
| №3. $A(1, 0), B(7, 3), C(3, -3).$ | №4. $A(-2, 3), B(-5, -1), C(-1, -4).$ |
| №5. $A(7, 1), B(3, -5), C(-1, 1).$ | №6. $A(8, 7), B(3, 2), C(-1, 10).$ |
| №7. $A(-2, 6), B(4, 5), C(0, -1).$ | №8. $A(7, -1), B(0, -2), C(-1, 5).$ |
| №9. $A(7, -2), B(1, 1), C(7, 7).$ | №10. $A(4, 5), B(3, -2), C(-5, 2).$ |
| №11. $A(3, 5), B(2, -3), C(-3, 2).$ | №12. $A(4, 7), B(3, 0), C(-2, 5).$ |
| №13. $A(-1, -5), B(3, -2), C(-5, 4).$ | №14. $A(1, 6), B(3, -2), C(-7, 4).$ |
| №15. $A(4, 3), B(1, -1), C(-5, 3).$ | №16. $A(-4, 4), B(2, 0), C(5, 4).$ |
| №17. $A(7, -2), B(0, -3), C(-1, 4).$ | №18. $A(1, 4), B(0, -4), C(-5, 1).$ |
| №19. $A(3, -2), B(-3, 1), C(3, 7).$ | №20. $A(3, 3), B(5, -5), C(-5, 1).$ |
| №21. $A(5, 3), B(4, -4), C(-4, 0).$ | №22. $A(6, 5), B(5, -2), C(0, 3).$ |
| №23. $A(7, -2), B(-1, -2), C(7, 4).$ | №24. $A(6, 1), B(-1, 2), C(0, 9).$ |
| №25. $A(7, 1), B(0, 2), C(4, 5).$ | №26. $A(-10, 5), B(0, -1), C(-2, 7).$ |
| №27. $A(8, -1), B(-6, 1), C(2, 7).$ | №28. $A(0, 6), B(4, 3), C(-4, -3).$ |
| №29. $A(6, 1), B(-1, 0), C(-2, 7).$ | №30. $A(5, 6), B(-1, 0), C(5, -3).$ |