

Задача 9. Обчисліть границі функцій.

1. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}$.
2. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x + x^2}$.
3. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 3x + 2)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$.
4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$.
5. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + 2x - 3)^2}{x^3 + 4x^2 + 3x}$.
6. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}$.
7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + x^3) - (1 + 3x)}{x + x^5}$.
8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x - 1}$.
9. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 - x - 2}$.
10. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}$.
11. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$.
12. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^3 - x^2 - x + 1}$.
13. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}{x^3 - 3x - 2}$.
14. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}$.
15. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 3x^2 - 4}$.
16. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}{x^3 - 3x^2 + 4}$.
17. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{x^3 - 3x^2 + 4}$.
18. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 7x^2 + 16x + 12}$.
19. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{(x^2 - x - 2)^2}$.
20. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x - 2}{x - 2}$.
21. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 + 2x + 1}$.
22. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x^2 - x + 1}$.
23. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}$.
24. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$.
25. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$.
26. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 + 4x^2 + 3x}$.
27. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x - 1}{x^4 + 2x + 1}$.
28. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + x)^3 - (1 + 3x)}{x^2 + x^5}$.
29. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$.
30. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 7x^2 + 15x + 9}{x^3 + 8x^2 + 21x + 18}$.

Задача 10. Обчисліть границі функцій.

1. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1 + 2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$.
2. $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{1 - x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}$.
3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt[3]{x^2} - 1}$.
4. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x + 13} - 2\sqrt{x + 1}}{x^2 - 9}$.
5. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x - 6} + 2}{x^3 + 8}$.
6. $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt{x} - 4}$.
7. $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9 + 2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}$.
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - 2x + x^2} - (1 + x)}{x}$.
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8 + 3x + x^2} - 2}{x + x^2}$.
10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27 + x} - \sqrt[3]{27 - x}}{x + 2\sqrt[3]{x^4}}$.
11. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{1 + x} - \sqrt{2x}}$.
12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x} - \sqrt{1 - x}}{\sqrt[3]{1 + x} - \sqrt[3]{1 - x}}$.
13. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{4x} - 2}{\sqrt{2 + x} - \sqrt{2x}}$.
14. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}$.
15. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{9x} - 3}{\sqrt{3 + x} - \sqrt{2x}}$.
16. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x - 6} + 2}{x + 2}$.
17. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt[3]{16x} - 4}{\sqrt{4 + x} - \sqrt{2x}}$.
18. $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9 + 2x} - 5}{\sqrt[3]{x^2} - 4}$.
19. $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{\sqrt[3]{x/4} - 1/2}{\sqrt{1/2 + x} - \sqrt{2x}}$.
20. $\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{\sqrt[3]{x/9} - 1/3}{\sqrt{1/3 + x} - \sqrt{2x}}$.
21. $\lim_{x \rightarrow 1/4} \frac{\sqrt[3]{x/16} - 1/4}{\sqrt{1/4 + x} - \sqrt{2x}}$.
22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x} - \sqrt{1 - x}}{\sqrt[7]{x}}$.
23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27 + x} - \sqrt[3]{27 - x}}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[5]{x}}$.
24. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8 + 3x - x^2} - 2}{\sqrt[3]{x^2 + x^3}}$.
25. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + 2x + 3x^2} - (1 + x)}{\sqrt[3]{x}}$.
26. $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9 + 2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}$.
27. $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt[3]{(\sqrt{x} - 4)^2}}$.
28. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x - 6} + 2}{\sqrt[3]{x^3 + 8}}$.
29. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt[3]{x^2} - 16}$.
30. $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{10 - x - 6\sqrt{1 - x}}{2 + \sqrt[3]{x}}$.

Задача 11. Обчисліть границі функцій.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 4(x - \pi)}$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10(x + \pi)}{e^{x^2} - 1}$
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 5x}{\sin 3x}$
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\cos 7x - \cos 3x}$
5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\operatorname{tg}(\pi(2 + x))}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\operatorname{tg}(2\pi(x + 1/2))}$
7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{4x^2}$
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\sqrt{2 + x} - \sqrt{2}}$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{x+1} - 2}{\ln(1 + 4x)}$
10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\sin(2\pi(x + 10))}$
11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - 7x)}{\sin(\pi(x + 7))}$
12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x + 5\pi/2)\operatorname{tg}x}{\arcsin 2x^2}$
13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - 3x)}{\sqrt{8x + 4} - 2}$
14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{3x + 1}}{\cos(\pi(x + 1/2))}$
15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{x^2 + \pi x}$
16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4 + x} - 2}{3\operatorname{arctg}x}$
17. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sin(\pi(x + 1))}{\ln(1 + 2x)}$
18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos x}{1 - \cos x}$
19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x} - 1}{\sin(\pi(x + 2))}$
20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5(x + \pi))}{e^{3x-1}}$
21. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x \sin x}$
22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{\ln(e - x) - 1}$
23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{\sin(\pi(x/2 + 1))}$
24. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \cos(x - \pi)}{(e^{3x} - 1)^2}$
25. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{x^4}$
26. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{\ln(e - x) - 1}$
27. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}x - \sin x}{x(1 - \cos 2x)}$
28. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2 + 1)}{2 - \sqrt{2x^2 + 4}}$
29. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(\pi(1 + x/2))}{\ln(x + 1)}$
30. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4\pi x} - 1}{\sqrt[3]{8 + 24x} - 2}$

Задача 12. Обчисліть границі функцій. (Додаткова)

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\ln x}$
2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{\ln x}$
3. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos 3x}{\sin^2 7x}$
4. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 - \sin 2x}{(\pi - 4x)^2}$
5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{\operatorname{tg}^2 \pi x}$
6. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} x}$
7. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{(x - \pi)^4}$
8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{\operatorname{tg} \pi x}$
9. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{\sin^2 x}$
10. $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\sin 7x - \sin 3x}{e^{x^2} = e^{4\pi^2}}$
11. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin 7\pi x}{\sin 8\pi x}$
12. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(5 - 2x)}{\sqrt{10 - 3x} - 2}$
13. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 3} - 1}{\sin \pi x}$
14. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x^2 - \pi^2}{\sin x}$
15. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{5x-3} - 3^{2x^2}}{\operatorname{tg} \pi x}$
16. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2^x - 16}{\sin \pi x}$
17. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\ln 2x - \ln \pi}{\sin(5x/2) \cos x}$
18. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\ln \operatorname{tg}x}{\cos 2x}$
19. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{e^\pi - e^x}{\sin 5x - \sin 3x}$
20. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(9 - 2x^2)}{\sin 2\pi x}$
21. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - 2^{4-x^2}}{2(\sqrt{2x} - \sqrt{3x^2 - 5x + 2})}$
22. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[4]{x} - 1}$
23. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{tg} \pi x}{x + 2}$
24. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \sin(x/2)}{\pi - x}$
25. $\lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{1 - 2\cos x}{\pi - 3x}$
26. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{arctg}(x^2 - 2x)}{\sin 3\pi x}$
27. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^2}{\sin \pi x}$
28. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos(\pi x/2)}{1 - \sqrt{x}}$
29. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - \sqrt{10 - x}}{\sin 3\pi x}$
30. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 3x}$

Задача 13. Обчисліть границі функцій. (Додаткова)

1. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{2^{\cos x} - 1}{\ln \sin x}$.
2. $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{(2x-1)^2}{e^{\sin 2x} - e^{-\sin 3\pi x}}$.
3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x - \sqrt[3]{2x-3})}{\sin(\pi x/2) - \sin((x-1)\pi)}$.
4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{tg x - tg 2}{\sin \ln(x-1)}$.
5. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{e^{tg 2x} - e^{-\sin 2x}}{\sin x - 1}$.
6. $\lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{\ln \sin 3x}{(6x - \pi)^2}$.
7. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(\sqrt{2x^2 - 3x - 5} - \sqrt{1+x})}{\ln(x-1) - \ln(x+1) + \ln 2}$.
8. $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{(x-2\pi)^2}{\lg(\cos x - 1)}$.
9. $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{\ln(4x-1)}{\sqrt{1 - \cos \pi x} - 1}$.
10. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\arcsin(x+2)/2}{3\sqrt{2+x+x^2} - 9}$.
11. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2^{\sin 2x} - 1}{\ln(x^3 - 6x - 8)}$.
12. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\ln \cos 2x}{(1 - \pi/x)^2}$.
13. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{tg \ln(3x-5)}{e^{x+3} - e^{x^2+1}}$.
14. $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\ln \cos x}{3^{\sin 2x} - 1}$.
15. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{1 + \ln^2 x} - 1}{1 + \cos \pi x}$.
16. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos(x/2)}{e^{\sin x} - e^{\sin 4x}}$.
17. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(2x-5)}{e^{\sin \pi x} - 1}$.
18. $\lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{e^{\sin^2 6x} - e^{\sin^2 3x}}{\log_3 \cos 6x}$.
19. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{e^{\sin 2x} - e^{tg 2x}}{\ln(2x/\pi)}$.
20. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{tg(e^{x+2} - e^{x^2-4})}{tg x + tg 2}$.
21. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2^x + 7} - \sqrt{2^{x+1} + 5}}{x^3 - 1}$.
22. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\ln(2 + \cos x)}{(3^{\sin x} - 1)^2}$.
23. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(x^3 - \pi^3) \sin 5x}{e^{\sin^2 x} - 1}$.
24. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{tg(x+1)}{e^{\sqrt[3]{x^3 - 4x^2 + 6}} - e}$.
25. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\ln \cos 2x}{\ln \cos 4x}$.
26. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\ln \sin x}{(2x - \pi)^2}$.
27. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{a^{x^2-a^2} - 1}{\lg \ln(x/a)}$.
28. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sin(e^{\sqrt[3]{1-x^2}/2} - e^{\sqrt[3]{x+2}})}{\arctg(x+3)}$.
29. $\lim_{x \rightarrow a\pi} \frac{\ln(\cos(x/a) + 2)}{a^{a^2\pi^2/x^2 - a\pi/x} - a^{a\pi/x-1}}$.
30. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{tg(3^{\pi/x} - 3)}{3^{\cos(3x/2)} - 1}$.

Задача 14. Обчисліть границі функцій.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^{2x} - 5^{3x}}{2x - \arctg 3x}$.
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^{-2x}}{2 \arcsin x - \sin x}$.
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6^{2x} - 7^{-2x}}{\sin 3x - 2x}$.
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - e^{3x}}{\sin 2x - \sin x}$.
5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{2x} - 5^{3x}}{\arctg x + x^3}$.
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{3x}}{\arctg x - x^2}$.
7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{5x} - 2^x}{x - \sin 9x}$.
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - e^{-2x}}{2 \arctg x - \sin x}$.
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{12^x - 5^{-3x}}{2 \arcsin x - x}$.
10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{7x} - e^{-2x}}{\sin x - 2x}$.
11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{5x} - 2^{7x}}{\arcsin 2x - x}$.
12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - e^x}{\arcsin x + x^3}$.
13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^x - 2^{7x}}{tg 3x - x}$.
14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{tg 2x - \sin x}$.
15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{10^{2x} - 7^{-x}}{2tg x - \arctg x}$.
16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{\sin 3x - \sin 5x}$.
17. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^{3x} - 3^{2x}}{tg x + x^3}$.
18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - e^{2x}}{2tg x - \sin x}$.
19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{2x} - 7^x}{\arcsin x - 5x}$.
20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{-5x}}{2 \sin x - tg x}$.
21. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^{5x} - 9^{-2x}}{\sin x - tg x^3}$.
22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^{2x}}{\sin 3x - tg 2x}$.
23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^{2x} - 2^{3x}}{\sin x + \sin x^2}$.
24. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{3x}}{\sin 3x - tg 2x}$.
25. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9^x - 2^{3x}}{\arctg 2x - 7x}$.
26. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-2x}}{x + \sin x^2}$.
27. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{5x} - 2^{-7x}}{2x - tg x}$.
28. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{\sin 2x - \sin x}$.
29. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{x + tg x^2}$.
30. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{3x} - 3^{2x}}{x + \arcsin x^3}$.

Задача 15. Обчисліть границі функцій. (Додаткова)

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{\sin^2 x}$.
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x \sin x - \cos 2x}{\sin^2 x}$.
3. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{\sin(x+1)}$.
4. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tga}}{\ln x - \ln a}$.
5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg} x} - \sqrt{1 - \sin x}}{x^3}$.
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^{-\beta x}}{\sin ax - \sin \beta x}$.
7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x \sin x} - 1}{e^{x^2} - 1}$.
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2(e^x - e^{-x})}{e^{x^3+1} - e}$.
9. $\lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{1 - 2 \cos x}{\sin(\pi - 3x)}$.
10. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^2}{\sin \pi x}$.
11. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{\ln \operatorname{tg} x}$.
12. $\lim_{x \rightarrow b} \frac{a^x - a^b}{x - b}$.
13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x + \operatorname{tg}^2 x}{x \sin 3x}$.
14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - 2 \sin x}{x \ln \cos 5x}$.
15. $\lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ x)0}} \frac{\ln(x+h) + \ln(x-h) + 2 \ln x}{h^2}$.
16. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x}{\log_2 x}$.
17. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin 2x} - e^{\sin x}}{\operatorname{tg} x}$.
18. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^x - 2}{\ln x}$.
19. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin(x-h)}{h}$.
20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{\sin 3x}$.
21. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^{x+h} + a^{x-h} - 2a^x}{h^2}$.
22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{1 - \cos \sqrt{x}}$.
23. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{5+x} - 2}{\sin \pi x}$.
24. $\lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{2 \sin^2 x + \sin x - 1}{2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1}$.
25. $\lim_{x \rightarrow 10} \frac{\lg x - 1}{\sqrt{x-9} - 1}$.
26. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{x+1} - 3}{\ln(1 + x\sqrt{1 + xe^x})}$.
27. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - 1}{\sin^2 2x}$.
28. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin bx - \sin ax}{\ln(\operatorname{tg}(\pi/4 + ax))}$.
29. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{1 - \sin^3 x}{\cos^2 x}$.
30. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\log_3 x - 1}{\operatorname{tg} \pi x}$.

Задача 16. Обчисліть границі функцій.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \ln(1 + x^3))^{\frac{3}{(x^2 \arcsin x)}}$.
2. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos \sqrt{x})^{\frac{1}{x}}$.
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + x2^x}{1 + x3^x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$.
4. $\lim_{x \rightarrow 0} (2 - 3^{\arctg^2 \sqrt{x}})^{\frac{2}{\sin x}}$.
5. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \sin x \cos \alpha x}{1 + \sin x \cos \beta x} \right)^{\operatorname{ctg}^3 x}$.
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(5 - \frac{4}{\cos x} \right)^{\frac{1}{\sin^2 3x}}$.
7. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \ln(1 + \sqrt[3]{x}))^{\frac{x}{\sin^4 \sqrt[3]{x}}}$.
8. $\lim_{x \rightarrow 0} (2 - e^{\arcsin^2 \sqrt{x}})^{\frac{3}{x}}$.
9. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos \pi x)^{\frac{1}{(x \sin \pi x)}}$.
10. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin^2 3x)^{\frac{1}{\ln \cos x}}$.
11. $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{tg}(\frac{\pi}{4} - x))^{\operatorname{ctg} x}$.
12. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - x \sin^2 x)^{\frac{1}{\ln(1 + \pi^3 x)}}$.
13. $\lim_{x \rightarrow 0} (2 - 5^{\arcsin x^3})^{\frac{(\cos e^x)}{x}}$.
14. $\lim_{x \rightarrow 0} (2 - \cos 3x)^{\frac{1}{\ln(1 + x^2)}}$.
15. $\lim_{x \rightarrow 0} (2 - e^{\sin x})^{\operatorname{ctg} \pi x}$.
16. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\ln(1 + \sin^2 x)}}$.
17. $\lim_{x \rightarrow 0} (2 - e^{x^2})^{\frac{1}{\ln(1 + \operatorname{tg}^2(\frac{\pi^x}{3}))}}$.
18. $\lim_{x \rightarrow 0} (3 - 2 \cos x)^{-\operatorname{cosec}^2 x}$.
19. $\lim_{x \rightarrow 0} (2 - 3^{\sin^2 x})^{\frac{1}{\ln \cos x}}$.
20. $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[2]{2 - \cos x}$.
21. $\lim_{x \rightarrow 0} (6 - \frac{5}{\cos x})^{\operatorname{ctg}^2 x}$.
22. $\lim_{x \rightarrow 0} (3 - \frac{2}{\cos x})^{\operatorname{cosec}^2 x}$.
23. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \sin x \cos 2x}{1 + \sin x \cos 3x} \right)^{\frac{1}{\sin x^3}}$.
24. $\lim_{x \rightarrow 0} (2 - e^{x^2})^{\frac{1}{(1 - \cos \pi x)}}$.
25. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \ln \frac{1}{3} \operatorname{arctg}^6 \sqrt{x})^{\frac{1}{x^3}}$.
26. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \operatorname{tg} x \cos 2x}{1 + \operatorname{tg} x \cos 5x} x^{\frac{1}{x^3}}$.
27. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + x3^x}{1 + x7^x} \right)^{\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x}}$.
28. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{tg}^2 x)^{\frac{1}{\ln(1 + 3x^2)}}$.
29. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \ln \cos x)^{\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x}}$.
30. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sin^2 \frac{x}{2})^{\frac{1}{\ln(1 + \operatorname{tg}^2 3x)}}$.