

## Задачі РГР 4 семестр (частина 2)

**Задача.1.** Розв'язати задачі, використовуючи формули додавання та множення ймовірностей.

1. Три стрільці стріляють в ціль. Ймовірність влучення в ціль для першого стрільця дорівнює 0,75, для другого – 0,8, для третього – 0,9. Знайти ймовірність того, що: 1) всі три стрільці влучать в ціль; 2) всі троє промахнуться; 3) тільки один стрілець влучить в ціль; 4) хоча б один стрілець влучить в ціль.
2. Ймовірність влучення стрільцем у "десятку" дорівнює 0,7, а у "дев'ятку" – 0,3. Визначити ймовірність того, що даний стрілець при трьох пострілах набере не менше 29 очок.
3. З партії, у якій 20 деталей без дефектів і 5 з дефектами, навмання відбирають 3 деталі. Чому дорівнює ймовірність того, що: 1) всі три деталі без дефектів; 2) хоча б одна з деталей без дефектів.
4. Студент підготував до іспиту 40 питань з 50. Знайти ймовірність того, що серед трьох навмання обраних питань він знає не менше двох.
5. У двох пачках зошитів знаходяться чисті і використані: в першій пачці – 10 зошитів, серед них 3 використаних; в другій пачці – 15, серед них 6 використаних. З кожної пачки навмання виймають один зошит. Знайти ймовірність того, що обидва зошити використані.
6. В урні містяться 12 білих і 8 червоних куль. Навмання виймають 8 куль. Яка ймовірність того, що: 1) три з них червоні; 2) червоних куль вийнято не більше трьох.
7. У ящику містяться 10 деталей, серед яких 3 стандартні. Знайти ймовірність того, що з п'яти навмання відібраних деталей стандартних буде не більше однієї.
8. У двох урнах містяться кулі, що відрізняються лише кольором, причому в першій урні – 5 білих куль, 11 чорних і 8 червоних, а в другій, відповідно, – 10, 8 і 6 куль. З обох урн навмання виймається по одній кулі. Яка ймовірність того, що обидві кулі одного кольору?
9. Для повідомлення про пожежу у готелі встановлено 2 незалежно працюючих сигналізатори. Ймовірність того, що при пожежі спрацює перший сигналізатор, дорівнює 0,95, другий – 0,9. Знайти ймовірність того, що при пожежі надійде сигнал: 1) хоча б від одного сигналізатора; 2) тільки від одного сигналізатора.
10. Екзаменаційний білет містить 3 питання. Ймовірність того, що студент дасть відповідь на перше і друге питання, однакові та дорівнюють 0,8; на третє – 0,9. Знайти ймовірність того, що студент складе іспит, якщо для цього необхідно відповісти: 1) на всі питання; 2) принаймні на 2 питання.

**Задача.2.** Розв'язати задачі, використовуючи формулу повної ймовірності та формулу Байєса.

1. У першому ящику 6 білих і 4 чорних куль, у другому – 7 білих і 3 чорних. З кожного ящика навмання виймають по одній кулі, а потім з цих куль навмання взято одну кулю. Знайти ймовірність того, що взято білу кулю.
2. На двох верстатах виготовляють однакові деталі. Ймовірність того, що деталь стандартна, для першого верстата дорівнює 0,8, для другого – 0,9. Продуктивність другого верстата втричі більша, ніж першого. Знайти ймовірність того, що відібрана навмання деталь буде стандартною.
3. З коробки, що містить 10 білих і 5 чорних куль, загублено 2 кулі. Знайти ймовірність того, що навмання взята куля буде білого кольору.
4. На конференції по черзі проходять реєстрацію представники двох країн: України та Польщі. Відомо, що приїхало 10 делегатів з Польщі та 20 з України. З якою ймовірністю друга зареєстрована особа буде з Польщі.

5. З 18 стрільців 5 влучають у мішень з ймовірністю 0,8; 7 стрільців – з ймовірністю 0,7; 4 стрільці – з ймовірністю 0,6 і 2 стрільці – з ймовірністю 0,5. Навмання вибраний стрілець здійснив постріл, але у мішень не влучив. З якою ймовірністю він належить до останньої групи?
6. У групі 30 студентів, з яких 15 можуть відповісти на всі 50 питань екзаменаційних білетів, 10 можуть відповісти на 40 питань, 5 на 30 питань. Знайдіть ймовірність того, що викликаний навмання студент знає відповідь на екзаменаційний білет, що складається з 2 питань.
7. У місті є 20 готелів, з яких 10 готелів "п'ятизіркові", 6 – "чотиризіркові", 4 – "тризіркові". Ймовірність того, що турист буде задоволений обслуговуванням у цих готелях, відповідно, дорівнює 0,9, 0,8, 0,7. Приїхавши до міста, турист обрав для зупинки перший готель, який йому трапився. З якою ймовірністю він зупинився у "п'ятизірковому" готелі, якщо відомо, що він зостався задоволений обслуговуванням?
8. Серед 30 екзаменаційних білетів – 20 "щасливих". Студенти підходять за білетами один за одним. У кого з студентів більша ймовірність взяти "щасливий" білет: у того, хто підійшов першим, чи у того, хто підійшов другим?
9. Для участі в студентських відбіркових спортивних змаганнях сформовано 3 групи з 4, 6 і 5 студентів відповідно. Ймовірності того, що студент I, II, III групи попаде в збірну університету, відповідно дорівнюють 0,9; 0,7; 0,8. Навмання обраний студент в результаті змагань був обраний у збірну. До якої з 3-х груп ймовірніше всього належав цей студент?
10. Прилад може працювати в двох режимах: 1) нормальному і 2) особливому. Нормальний режим спостерігається у 80% всього часу роботи приладу, особливий – у 20%. Ймовірність виходу приладу з ладу за час  $t$  в нормальному режимі дорівнює 0,1, в особливому режимі – 0,7. Знайти повну ймовірність виходу приладу з ладу за час  $t$ .

**Задача 3.** Розв'язати задачі, використовуючи формулу Бернуллі.

1. Ймовірність появи події  $A$  при одному випробуванні дорівнює 0,1. Знайти ймовірність того, що при трьох незалежних випробуваннях подія  $A$  з'явиться: 1) не менше двох разів; 2) хоча б один раз.
2. Гральну кістку підкидають п'ять разів. Знайти ймовірність того, що двічі з'явиться число очок, кратне трьом.
3. Подія  $B$  відбувається у тому випадку, якщо подія  $A$  з'явиться не менше, ніж 4 рази. Знайти ймовірність появи події  $B$ , якщо буде зроблено п'ять незалежних випробувань, в кожному з яких ймовірність появи події  $A$  дорівнює 0,5.
4. Випадково зустрінута особа може бути з ймовірністю 0,2 брюнетом, з ймовірністю 0,3 блондином, з ймовірністю 0,4 шатеном, з ймовірністю 0,1 рудим. Яка ймовірність того, що серед трьох випадково зустрінутих осіб: 1) не менше двох брюнетів; 2) один блондин і два шатена; 3) хоча б один рудий.
5. Ймовірність хоча б одного влучення при двох пострілах дорівнює 0,99. Знайти ймовірність трьох влучень при чотирьох пострілах.
6. В квартирі чотири електролампочки. Для кожної електролампочки ймовірність того, що вона "перегорить" протягом року, дорівнює  $\frac{5}{6}$ . Яка ймовірність того, що протягом року потрібно буде замінити не менше половини лампочок?
7. У ящику міститься по однаковій кількості деталей, виготовлених заводами № 1 і № 2. Знайти ймовірність того, що серед п'яти навмання відібраних деталей, заводом № 1 виготовлено: 1) дві деталі; 2) менше двох деталей; 3) більше двох деталей.

8. Нехай ймовірність того, що телевізор потребує ремонту протягом гарантійного строку, дорівнює 0,2. Знайти ймовірність того, що протягом гарантійного строку з трьох телевізорів: 1) не більше одного потребує ремонту; 2) хоча б один не потребує ремонту.
9. У ящику міститься кілька тисяч однакових запобіжників. Половина з них виготовлена 1-м заводом, решта – 2-м заводом. Навмання вийняли п'ять запобіжників. Чому дорівнює ймовірність того, що 1-м заводом з них виготовлені: 1) два запобіжники; 2) менше двох запобіжників; 3) більше двох запобіжників?
10. Відділ технічного контролю перевіряє вироби на стандартність. Ймовірність того, що виріб не стандартний, дорівнює 0,1. Знайти ймовірність того, що: 1) з трьох перевірених виробів тільки один нестандартний; 2) нестандартним буде тільки третій по порядку перевірених виріб.

**Задача.4.** Випадкова величина  $X$  задана функцією розподілу ймовірностей  $F(x)$  (інтегральна функція). Знайти щільність розподілу ймовірностей  $f(x)$  (диференціальну функцію), математичне сподівання та дисперсію випадкової величини  $X$ .

$$1. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ x^2, & 0 < x \leq 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

$$2. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1; \\ \frac{1}{2}(x^2 - x), & 1 < x \leq 2; \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

$$3. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ x^3, & 0 < x \leq 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

$$4. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ 3x^2 + 2x, & 0 < x \leq \frac{1}{3}; \\ 1, & x > \frac{1}{3}. \end{cases}$$

$$5. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2; \\ \frac{1}{2}x - 1, & 0 < x \leq 4; \\ 1, & x > 4. \end{cases}$$

$$6. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ \frac{1}{9}x^2, & 0 < x \leq 3; \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

$$7. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ \frac{1}{4}x^2, & 0 < x \leq 2; \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

$$8. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -\frac{\pi}{2}; \\ \cos x, & -\frac{\pi}{2} < x \leq 0; \\ 1, & x > 0. \end{cases}$$

$$9. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ 2 \sin x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{6}; \\ 1, & x > \frac{\pi}{6}. \end{cases}$$

$$10. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq \frac{3\pi}{4}; \\ \cos 2x, & \frac{3\pi}{4} < x \leq \pi; \\ 1, & x > \pi. \end{cases}$$

**Задача 5.** Задані математичне сподівання  $m$  і середнє квадратичне відхилення  $\sigma$  нормально розподіленої випадкової величини  $X$ . Знайти:

- 1) ймовірність того, що абсолютна величина відхилення  $|X - m|$  буде менша, ніж  $\delta$ ;
- 2) ймовірність того, що  $X$  набуде значення, яке належить проміжку  $(\alpha; \beta)$ .

- |     |           |               |                |               |                |
|-----|-----------|---------------|----------------|---------------|----------------|
| 1.  | $m = 15,$ | $\sigma = 2,$ | $\alpha = 16,$ | $\beta = 25,$ | $\delta = 4.$  |
| 2.  | $m = 14,$ | $\sigma = 4,$ | $\alpha = 18,$ | $\beta = 34,$ | $\delta = 8.$  |
| 3.  | $m = 13,$ | $\sigma = 4,$ | $\alpha = 15,$ | $\beta = 17,$ | $\delta = 6.$  |
| 4.  | $m = 12,$ | $\sigma = 5,$ | $\alpha = 17,$ | $\beta = 22,$ | $\delta = 15.$ |
| 5.  | $m = 11,$ | $\sigma = 3,$ | $\alpha = 17,$ | $\beta = 26,$ | $\delta = 12.$ |
| 6.  | $m = 10,$ | $\sigma = 2,$ | $\alpha = 11,$ | $\beta = 13,$ | $\delta = 5.$  |
| 7.  | $m = 9,$  | $\sigma = 4,$ | $\alpha = 15,$ | $\beta = 19,$ | $\delta = 18.$ |
| 8.  | $m = 8,$  | $\sigma = 2,$ | $\alpha = 6,$  | $\beta = 15,$ | $\delta = 8.$  |
| 9.  | $m = 7,$  | $\sigma = 5,$ | $\alpha = 2,$  | $\beta = 22,$ | $\delta = 20.$ |
| 10. | $m = 6,$  | $\sigma = 3,$ | $\alpha = 0,$  | $\beta = 9,$  | $\delta = 9.$  |