Контрольна робота №8

Задача 1. Обчисліть криволінійні інтеграли І роду**.**

1. $\int\limits_L \left(x^2+y^2-2\right)dl,$ де $L-$ арка циклоїди $x=a(t-\sin t),\ y=a(1-\cos t)$ $(0\le t\le\pi).$
2. $\int\limits_L \left(x^2+y^2\right)dl,$ де $L-$ дуга астроїди $x=a\cos^3 t,\ y=a\sin^3 t\ \ (0\le t\le 2\pi).$
3. $\int\limits_L y^2\,dl,$ де $L-$ арка циклоїди $x=a(t-\sin t),\ y=a(1-\cos t)\ (0\le t\le 2\pi).$
4. $\int\limits_L \left(x^2+y^2\right)dl,$ де $L-$ крива $x=a(\cos t+\sin t),\ y=a(\sin t-\cos t)\ (0\le t\le 2\pi).$
5. $\int\limits_L \sqrt{x^2+y^2}\,dl,$ де $L-$ крива $x=a(\cos t+t\sin t),\ y=a(\sin t-t\cos t)$ $(0\le t\le 2\pi).$
6. $\int\limits_L \left(x^2+y^2\right)dl,$ де $L-$ коло $x=a\cos t,\ y=a\sin t\,,(0\le t\le 2\pi)..$
7. $\int\limits_L \sqrt{2y}\,dl,$ де $L-$ арка циклоїди $x=a(t-\sin t),\ y=a(1-\cos t)\ (0\le t\le 2\pi).$
8. $\int\limits_L (x+y)\,dl,$ де $L-$ крива $x=a(\cos t+t\sin t),\ y=a(\sin t-t\cos t),\ (0\le t\le 2\pi).$
9. $\int\limits_L \frac{dl}{x-y},$ де$L-$відрізок прямої $y=\frac{1}{2}x-2$, що знаходиться між точками $A(0;-2),\ B(4;0).$
10. $\int\limits_L \frac{1}{x+y}dl,$ де L – відрізок прямої $y=x+2,$ що знаходиться між точками $A(1;3),\ B(2;4).$

Задача 2. Обчисліть криволінійні інтеграли ІІ роду.

1. $\int\limits_L \frac{dy}{x}-\frac{dx}{y},$ якщо $L-$ чверть кола $x=r\cos t,\ y=r\sin t,$ що пробігається проти руху годинникової стрілки, $\frac{\pi}{2}\le t\le\pi.$
2. $\int\limits_L x^2\,dx-y\,dy,$ де $L-$ дуга астроїди $x=a\cos^3 t,\ \ y=a\sin^3 t,\ \ 0\le t\le\frac{\pi}{2}$
3. $\int\limits_L x\,dx+xy\,dy,$ де $L-$ дуга кривої $x=1+\cos t,\ y=\sin t\ \ (0\le t\le\pi).$
4. $\int\limits_L y\,dx+x\,dy,$ де $L-$ чверть дуги кола $x=R\cos t,\ y=R\sin t,$ що пробігається проти руху годинникової стрілки, $0\le t\le\frac{\pi}{2}.$

5. $\int\limits_L y\,dx - x\,dy$, де $L-$ еліпс $x = a\cos t,\ y = b\sin t$ (напрямок обходу – додатній).

6. $\int\limits_L \left(x^2 - y^2\right)dx$, де $L-$ дуга параболи $y = x^2$ від точки $(0;0)$ до точки $(2;4)$.

7. $\int\limits_L \left(x + y^2\right)dx + y\,dy$, де $L-$ відрізок прямої $y = x - 1$ від точки $A(1;0)$ до точки $B(-1;-2)$.

8. $\int\limits_L (2a - y)dx + x\,dy$, де $L-$ арка циклоїди $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ $(0 \le t \le 2\pi)$.

9. $\int\limits_L y^2\,dx + x^2\,dy$, де $L-$ верхня половина еліпса $x = a\cos t,\ y = b\sin t$ що пробігається за рухом годинникової стрілки.

10. $\int\limits_L x\,dy$, де $L-$відрізок прямої $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$, від точки $A(2;0)$ до точки $B(0;3)$.

Задача 3. Обчисліть подвійний інтеграл по області D, що обмежена заданими лініями.

1. $\iint\limits_D (x - y)dxdy;\ \ D: y = 0,\ y = x,\ x + y = 2.$
2. $\iint\limits_D \frac{x^2}{y^2}dxdy;\ \ D: x = 2,\ y = x,\ xy = 1.$
3. $\iint\limits_D (9x^2y^2 + 48x^3y^3)\,dxdy;\ \ D: x = 1,\ y = \sqrt{x},\ y = -x^2.$
4. $\iint\limits_D x\,dxdy;\ \ D: x = 0,\ y = x^3,\ y + x = 2.$
5. $\iint\limits_D x^2(y - x)dxdy;\ \ D: x = y^2,\ \ y = x^2.$
6. $\iint\limits_D x^2y^3dxdy;\ \ D: y = 0,\ y = 1 - x^2.$
7. $\iint\limits_D x^2(y - x)dxdy;\ \ D: y = -\sqrt{x},\ \ y = x^2,\ x = 2.$
8. $\iint\limits_D (x + 2y)dxdy,\ D: y = x,\ y = 2x,\ x = 2,\ x = 3;$
9. $\iint\limits_D (xy - 4x^3y^3)dxdy,\ \ D: x = 1, y = x^3,\ y = -\sqrt{x};$
10. $\iint\limits_D (3x^2 - 2xy + y)dxdy, D: x = 0,\ x = y^2,\ y = 2;$

Задача 4. Обчисліть потрійний інтеграл, якщо область G обмежена вказаними поверхнями.

1. $\iiint\limits_G \dfrac{dxdydz}{\sqrt{1+\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{5}+\dfrac{z}{7}}}$; $G: \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{5}+\dfrac{z}{7}=1,\ x=0,\ y=0,\ z=0$.

2. $\iiint\limits_G (x^2+y^2+z^2)ydxdydz$; $G:\ x=0,\ x=a,\ y=0,\ y=b,\ z=0,\ z=c$.

3. $\iiint\limits_G xyzdxdydz$; $G:\ x+y+z=1,\ x=0,\ y=0,\ z=0$.

4. $\iiint\limits_G \dfrac{dxdydz}{\left(1+\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{3}\right)^3}$; $G:\ \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{3}=1,\ x=0,\ y=0,\ z=0$.

5. $\iiint\limits_G \dfrac{dxdydz}{(x+y+z+1)^3}$, $G:\ x=0,\ y=0,\ x+y+z=1,\ z=0$.

6. $\iiint\limits_G x^2dxdydz$, $G:\ x=0,\ y=0,\ z=0,\ x+y+z-2=0$.

7. $\iiint\limits_G (x+y+z)ydxdydz$; $G: 2x+3y+4z=12, x=0,\ y=0,\ z=0$.

8. $\iiint\limits_G x^2yzdxdydz$; $G:\ \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{3}=1,\ x=0,\ y=0,\ z=0$.

9. $\iiint\limits_G (x+y)dxdydz$; $G:\ \ x+2y+z=5,\ y=0,\ z=0, x=0$.

10. $\iiint\limits_G x^2ydxdydz$; $G: x=0,\ y=0, z=0, x=1, y=1, z=1$.

Задача 5. Обчисліть поверхневі інтеграли першого роду.

1. $\iint\limits_S (y+x+5z)dS$, де S – частина площини $x+y+z=3$, розташована в першому октанті.

2. $\iint\limits_S (x+2y+3z)dS$, де S – частина площини $2x+4y+3z=12$, розміщена в першому октанті.

3. $\iint\limits_S (x+5y+2z)dS$, де S – частина площини $x+y+z=3$, розміщена в першому октанті.

4. $\iint\limits_S \left(z+2x+\dfrac{4}{3}y\right)dS$, де S – частина площини $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{4}=1$, розміщена в першому октанті.

5. $\iint\limits_S xyz dS$, де S – частина площини $x+y+z=1$, розміщена в першому октанті.

6. $\iint\limits_S \frac{dS}{(1+x+y)^2}$, де S – частина площини $x+y+z=1$, розміщена в першому октанті.

7. $\iint\limits_S (x-2y+3z)dS$, де S – частина площини $2x+y+4z=8$, розміщена в І-му октанті.

8. $\iint\limits_S (xy-x+4z)dS$, де S – частина площини $x+y+z=2$, розташована в першому октанті.

9. $\iint\limits_S (4x+5y-3z)dS$, де S – частина площини $x+2y+3z=12$, розміщена в першому октанті.

10. $\iint\limits_S (x-y+z)dS$, де S – частина площини $x+y+z=3$, розміщена в першому октанті.