

### Означення похідної

$$y' = \frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

### Основні правила диференціювання

$$(u \pm v)' = u' \pm v'; \quad (u \cdot v)' = u'v + uv'; \quad (c \cdot u)' = c \cdot u', \quad c = const; \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}, \quad v(x) \neq 0.$$

### Похідна складеної функції

$$f'_x(g(x)) = f'_g(g(x)) \cdot g'_x(x).$$

### Диференціал

$$df(x) = f'(x)dx.$$

### Похідні основних елементарних функцій

$$1) c' = 0, \quad c = const; \quad 2) (x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}, \quad \text{зокрема: } x' = 1, \quad (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \quad \left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2};$$

$$3) (a^x)' = a^x \ln a, \quad (a > 0, \quad a \neq 1);$$

$$4) (e^x)' = e^x;$$

$$5) (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}, \quad (x > 0, \quad a > 0, \quad a \neq 1);$$

$$6) (\ln x)' = \frac{1}{x};$$

$$7) (\sin x)' = \cos x;$$

$$8) (\cos x)' = -\sin x;$$

$$9) (\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \operatorname{tg}^2 x, \quad (x \neq \frac{\pi}{2} + \pi, \quad n \in \mathbb{Z});$$

$$10) (\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x} = -(1 + \operatorname{ctg}^2 x), \quad (x \neq \pi, \quad n \in \mathbb{Z});$$

$$11) (\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad (|x| < 1);$$

$$12) (\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad (|x| < 1)$$

$$13) (\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2};$$

$$14) (\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2};$$

$$15) (\operatorname{sh} x)' = \operatorname{ch} x;$$

$$16) (\operatorname{ch} x)' = \operatorname{sh} x;$$

$$17) (\operatorname{th} x)' = \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x};$$

$$18) (\operatorname{cth} x)' = -\frac{1}{\operatorname{sh}^2 x}, \quad (x \neq 0).$$

### Похідна функції, заданої параметрично

$$\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \end{cases} \quad \text{де } x(t) \text{ і } y(t) \text{ диференційовні в точці } t, \text{ причому } \frac{dx}{dt} \neq 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{y'_t}{x'_t}.$$

### Диференціювання показниково-степеневі функції.

Похідну показниково-степеневі функції знаходять, провівши попереднє логарифмування.

$y = u^v$  – показниково-степенева функція, де  $u$  і  $v$  – задані і диференційовні функції від  $x$ .

$$\ln y = v \ln u, \quad (\ln y)' = (v \ln u)', \quad \frac{y'}{y} = v' \ln u + v \frac{u'}{u}; \quad y' = u^v (v' \ln u + v \frac{u'}{u}).$$

### Означення гіперболічних функцій

$$\operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad \operatorname{th} x = \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x}, \quad \operatorname{cth} x = \frac{\operatorname{ch} x}{\operatorname{sh} x}.$$