

ЗМІСТ

| <u>Титул</u> | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Передмова..... | 6 |
| 1. <u>МАТРИЦІ І ДЕТЕРМІНАНТИ</u> | 7 |
| 1.1. Матриці, дії над матрицями..... | 7 |
| 1.2. Детермінанти і їх властивості..... | 14 |
| 1.3. Обернена матриця. Розв'язування матричних рівнянь..... | 22 |
| 2. <u>ЛІНІЙНИЙ ПРОСТІР</u> | 27 |
| 2.1. Вектори в звичайному просторі..... | 27 |
| 2.1.1. Лінійні операції над векторами..... | 27 |
| 2.1.2. Лінійна залежність векторів..... | 32 |
| 2.1.3. Поняття базису. Афінна система координат..... | 34 |
| 2.2. Лінійний простір..... | 36 |
| 2.2.1. Означення і властивості лінійного простору..... | 36 |
| 2.2.2. Розмірність лінійного простору. Базис, координати вектора. Ізоморфізм лінійних просторів..... | 40 |
| 2.2.3. Перетворення координат вектора при переході до нового базису.. | 46 |
| 2.2.4. Підпростір лінійного простору..... | 51 |
| 3. <u>СИСТЕМИ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ</u> | 56 |
| 3.1. Ранг матриці..... | 56 |
| 3.2. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Теорема Кронекера- Капеллі. Правило Крамера..... | 61 |
| 3.3. Метод Гаусса..... | 65 |
| 3.4. Системи лінійних однорідних рівнянь..... | 72 |
| 4. <u>ДІЙСНИЙ ЕВКЛІДІВ ПРОСТІР</u> | 79 |
| 4.1. Добуток векторів у звичайному просторі..... | 79 |
| 4.1.1. Прямокутні складова й проекція вектора на вісь..... | 79 |
| 4.1.2. Декартова прямокутна система координат..... | 80 |
| 4.1.3. Скалярний добуток двох векторів..... | 83 |
| 4.1.4. Векторний добуток векторів..... | 87 |
| 4.1.5. Мішаний добуток векторів..... | 90 |
| 4.1.6. Подвійний векторний добуток трьох векторів..... | 92 |
| 4.2. Означення дійсного евклідового простору..... | 93 |
| 4.3. Довжина вектора. Нерівність Коші-Буняковського. Означення кута між векторами в евклідовому просторі. Ортогональність..... | 95 |
| 4.4. Ортонормований базис. Ортогональне перетворення базису. Ортогональна матриця..... | 98 |

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.5. Взаємні базиси в E_n . Контраваріантні і коваріантні координати вектора та зв'язок між ними. Зміна координат вектора при переході до нового базису..... | 102 |
| 4.6. Вираження скалярного добутку через координати векторів-співмножників в довільному базисі E_n | 106 |
| 4.7. Визначник Грама. Об'єм паралелепіпеда в E_n | 113 |
| 4.8. Означення векторного добутку в E_n | 116 |
| 4.9. Мішаний добуток в E_n . Орієнтований об'єм n -вимірному паралелепіпеда в E_n | 119 |
| 5. ЛІНІЙНІ ОБРАЗИ В E_n | 123 |
| 5.1. Площина і пряма в E_n | 123 |
| 5.2. Геометрична інтерпретація розв'язків систем лінійних рівнянь..... | 135 |
| 6. ЛІНІЙНІ ОПЕРАТОРИ | 138 |
| 6.1. Означення лінійного оператора..... | 138 |
| 6.2. Матриця лінійного оператора..... | 140 |
| 6.3. Дії над лінійними операторами..... | 144 |
| 6.4. Власні числа і власні вектори лінійного оператора..... | 147 |
| 6.5. Перетворення матриці лінійного оператора при переході до нового базису..... | 150 |
| 6.6. Матриця лінійного оператора в базисі з власних векторів..... | 152 |
| 6.7. Самоспряжений (симетричний) оператор і його матриця. Власні числа і власні вектори само-спряженого оператора..... | 154 |
| 6.8. Ядро і область значень лінійного оператора..... | 157 |
| 7. КВАДРАТИЧНІ ФОРМИ | 161 |
| 7.1. Квадратична форма. Матриця квадратичної форми. Перетворення матриці квадратичної форми при переході до нового базису..... | 161 |
| 7.2. Канонічний вигляд квадратичної форми. Метод Лагранжа зведення квадратичної форми до канонічного вигляду..... | 164 |
| 7.3. Метод Якобі зведення квадратичної форми до канонічного вигляду..... | 167 |
| 7.4. Зведення квадратичної форми до канонічного вигляду за допомогою ортогонального перетворення..... | 169 |
| 7.5. Закон інерції квадратичних форм. Класифікація квадратичних форм. Критерій Сільвестра знакоозначеності квадратичної форми..... | 172 |
| 7.6. Одночасне зведення двох квадратичних форм до канонічного вигляду..... | 174 |

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 8. КВАДРАТИЧНІ ОБРАЗИ В E_2 І E_3 | 178 |
| 8.1. Квадратичні образи в E_2 , задані канонічними рівняннями..... | 178 |
| 8.1.1. Еліпс..... | 178 |
| 8.1.2. Гіпербола..... | 182 |
| 8.1.3. Парабола..... | 188 |
| 8.2 Полярна система координат. Рівняння еліпса, гіперболи, параболи в полярній системі координат..... | 192 |
| 8.2.1. Полярна система координат в E_2 | 192 |
| 8.2.2. Зв'язок між полярними та прямокутними декартовими координатами точки в E_2 | 195 |
| 8.2.3. Рівняння еліпса, гіперболи, параболи в полярній системі координат..... | 197 |
| 8.3. Зведення загальних рівнянь ліній та поверхонь другого порядку до канонічного вигляду..... | 202 |
| 8.4. Поверхні другого порядку в E_3 | 207 |
| 9. ФОРМИ І ТЕНЗОРИ В E_n | 217 |
| 9.1. Лінійні форми і тензори рангу 1..... | 217 |
| 9.2. Білінійна форма і тензори рангу 2 | 223 |
| 9.3. Полілінійна форма та тензори довільного рангу. Основні операції над тензорами..... | 234 |
| Відповіді | 246 |

ПЕРЕДМОВА

Цей «Збірник задач» відповідає програмі курсу «Лінійна алгебра і аналітична геометрія» для вузів із розширеною математичною підготовкою.

В «Збірнику» наведені короткі теоретичні відомості: означення, твердження (без доведень), приклади теоретичного характеру. «Збірник» містить зразки розв'язків основних типів задач із лінійної алгебри і аналітичної геометрії, задачі для розв'язування в аудиторії і самостійного розв'язування, велику кількість зауважень, що роз'яснюють геометричний зміст теоретичних відомостей і розв'язків основних типів задач. Усе це дозволить студенту застосовувати теоретичний матеріал, відпрацьовувати техніку і з'ясувати геометричний зміст розв'язку задачі без звернення до додаткової літератури.

Основними особливостями «Збірника» є: введення n -вимірного лінійного простору L_n на базі узагальнення лінійних операцій над векторами звичайного простору (до розгляду добутків векторів у звичайному просторі); запис розв'язку систем лінійних алгебраїчних рівнянь у вигляді, зручному для застосування в лінійному програмуванні; розгляд векторної алгебри в n -вимірному евклідовому просторі E_n при $n \geq 2$ в випадку, коли в E_n уведена косокутна система координат; наявність задач на лінійні образи в E_n ($n > 3$), на з'ясування геометричного змісту матриці лінійного оператора, на різні методи зведення квадратичної форми до канонічного вигляду як в L_n , так і в E_n ; введення поняття тензора довільного рангу в E_n на базі розгляду полілінійної функції.

Розміщення глав «Збірника» дає можливість максимально використовувати та закріплювати методи й результати лінійної алгебри при розв'язуванні задач аналітичної геометрії.

Розв'язування задач «Збірника» з урахуванням його особливостей дасть можливість студенту підготуватися до більш доступного сприйняття таких розділів математики як лінійне програмування, ріманова геометрія, тензорний аналіз.

«Збірник» в основному призначається для студентів технічних і технологічних спеціальностей вузів. Його можна рекомендувати для студентів економічних спеціальностей вузів, фізико-математичних спеціальностей педінститутів.