

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ЧЕРКАСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

**ЗБІРНИК ЗАВДАНЬ**  
**ДЛЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНИХ РОБІТ**  
**З ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ**  
**для студентів економічних та технічних**  
**спеціальностей**

Затверджено на засіданні кафедри  
вищої математики,  
протокол №1 від 28.08.2008 р.,  
та Методичною радою ЧДТУ,  
протокол № 35 від 13.10.2008 р.

Черкаси



2009

УДК 519.21(076)  
ББК 22.171  
П 68

Укладачі: **Ламзіна** Тетяна Борисівна, *к.ф.-м.н.*,  
**Дідковський** Руслан Михайлович, *к.т.н.*, *доцент*,  
**Кондратьєва** Оксана Марківна, *к.п.н.*,  
**Півненко** Світлана Іванівна

Рецензент **Щерба А. І.**, *к.ф.-м.н.*, *доцент*

Збірник завдань для розрахунково-графічних робіт з теорії ймовірностей та математичної статистики для студентів економічних та технічних спеціальностей [Електронний ресурс] / Укл. Т. Б. Ламзіна, Р. М. Дідковський, О. М. Кондратьєва, С. І. Півненко ; М-во освіти і науки України, Черкас. держ. технол. ун-т. – Черкаси : ЧДТУ, 2009. – 52 с.

Посібник створено відповідно до діючої навчальної програми з дисципліни теорії ймовірностей та математичної статистики для студентів економічних та технічних спеціальностей вищих навчальних закладів. Він містить типові розрахунково-графічні завдання з теорії ймовірностей та математичної статистики. Кожна задача представлена у 30 варіантах.

Для студентів економічних та технічних спеціальностей усіх форм навчання.

**УДК 519.21(076)**  
**ББК 22.171**

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

**ЗБІРНИК ЗАВДАНЬ**  
**ДЛЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНИХ РОБІТ**  
**З ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ**  
**для студентів економічних та технічних спеціальностей**

*В авторській редакції*  
*Технічне редагування Чмільової С.В.*

---

Гарн. Times New Roman. Обл.-вид. арк. 2,40. Зам. № 09-е059.

---

Черкаський державний технологічний університет  
Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 896 від 16.04.2002 р.  
бульвар Шевченка, 460, м. Черкаси, 18006.

# ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА.....	4
<b>РОБОТА 1. ВИПАДКОВІ ПОДІЇ.....</b>	<b>5</b>
Задача 1. Обчислення ймовірності події за класичною формулою.....	5
Задача 2. Геометричні ймовірності.....	8
Задача 3. Теорема додавання та множення ймовірностей.....	10
Задача 4. Формула повної ймовірності. Формули Байєса.....	13
Задача 5. Повторення незалежних випробувань. Формула Бернуллі, формули Муавра-Лапласа, формула Пуассона.....	18
<b>РОБОТА 2. ВИПАДКОВІ ВЕЛИЧИНИ.....</b>	<b>22</b>
<b>§1. ОДНОВИМІРНІ ВИПАДКОВІ ВЕЛИЧИНИ.....</b>	<b>22</b>
<b>1. Дискретні випадкові величини. Ряд розподілу. Функція розподілу.</b>	
<b>Числові характеристики.....</b>	<b>22</b>
Задача 1.....	22
Задача 2.....	24
<b>2. Неперервні випадкові величини. Функція розподілу, щільність розподілу,         числові характеристики.....</b>	<b>24</b>
Задача 3.....	24
<b>3. Нормальний закон розподілу.....</b>	<b>27</b>
Задача 4.....	27
Задача 5.....	31
<b>§2. СИСТЕМА ДВОХ ДИСКРЕТНИХ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН.....</b>	<b>31</b>
Задача 6.....	31
<b>РОБОТА 3. ЕЛЕМЕНТИ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ.....</b>	<b>32</b>
Задача 1.....	32
Задача 2.....	32
Задача 3.....	32
Задача 4.....	33
Вихідні дані до задачі 1.....	33
Вихідні дані до задачі 2.....	43
Вихідні дані до задачі 3.....	48
Вихідні дані до задачі 4.....	50
<b>ЛІТЕРАТУРА.....</b>	<b>53</b>

## ПЕРЕДМОВА

Виконання розрахунково-графічних робіт значно активізує самостійну роботу студентів, що, у свою чергу, сприяє більш глибокому засвоєнню ними математичних курсів.

Даний збірник містить набори завдань для розрахунково-графічних робіт з теорії ймовірностей та математичної статистики. Збірник містить 11 задач з таких розділів теорії ймовірностей, як випадкові події та випадкові величини, та 4 задачі з математичної статистики.

Збірник рекомендовано для студентів денної форми навчання, які вивчають теорію ймовірностей та математичну статистику.

Кожну задачу збірника складено в 30 варіантах. Отже, за допомогою збірника викладач матиме можливість скласти індивідуальні набори завдань для самостійного виконання студентами. Викладач може варіювати кількість завдань, що пропонується студенту для розв'язування, у відповідності до рівня його навчальної успішності.

Даний збірник стане у нагоді викладачу у процесі добору завдань для контрольних робіт з теорії ймовірностей та математичної статистики.

Під час виконання завдань даного збірника студенту стануть у нагоді такі практикуми:

- § Практикум з теорії ймовірностей для студентів економічних спеціальностей. / Укл. Т. Б. Ламзіна, С. І. Півненко, О. М. Кондратьєва. – Черкаси: ЧДТУ, 2008;
- § Практикум з математичної статистики / Укл. А. І. Щерба, С. І. Півненко, О. Г. Сученко. – Черкаси: ЧДТУ, 2002.

Вказані практикуми містять короткі теоретичні відомості та велику кількість зразків розв'язування задач з відповідних навчальних тем.

## РОБОТА 1. ВИПАДКОВІ ПОДІЇ

### Задача 1. ОБЧИСЛЕННЯ ЙМОВІРНОСТІ ПОДІЇ ЗА КЛАСИЧНОЮ ФОРМУЛОЮ

- 1.1. Комплект містить 6 виробів 1-го гатунку, 4 – 2-го гатунку і 3 браковані вироби. Навмання з комплекту відбирається 5 виробів. Знайдіть імовірність того, що серед вибраних виробів:
  - а) виявиться 3 вироби 1-го і 2 вироби 2-го гатунку;
  - б) не виявиться бракованих виробів.
- 1.2. Сім студентів, серед яких тільки два хлопця, розсаджуються випадковим чином на 7 стільців, розташованих в одному ряду. Знайдіть імовірності подій:
  - а) хлопці зайняли сусідні місця;
  - б) між хлопцями опинилися 3 дівчини.
- 1.3. Серед 25 фірм, з яких 10 українських, а інші російські, розігрується 5 урядових контрактів. Вважається, що кожна фірма має рівні шанси на отримання контракту. Знайдіть ймовірність того, що:
  - а) принаймні дві українські фірми виграють контракт;
  - б) тільки дві українські фірми виграють контракт.
- 1.4. Партія з 12 виробів, серед яких рівно 4 нестандартні, навмання розбивається на дві рівні частини. Знайдіть імовірності подій:
  - а) в кожній частині буде порівну нестандартних виробів;
  - б) всі нестандартні вироби опиняться в одній частині.
- 1.5. Із 10 літаків, які прибули до аеропорту протягом доби, 80% мають повне комерційне завантаження. Знайдіть імовірність того, що з п'яти випадковим чином відібраних літаків:
  - а) всі мають повне комерційне завантаження;
  - б) лише три прибули з повним комерційним завантаженням.
- 1.6. У фірмі десять співробітників (6 чоловіків і 4 жінки) претендують на заняття трьох вакансій. Вважаємо, що всі кандидатури мають рівні шанси на заняття цих вакансій. Знайдіть ймовірність того, що:
  - а) жінки не займуть жодної вакансії;
  - б) дві вакансії займуть чоловіки, а одну - жінка.
- 1.7. Із 15 рейсів, які відправляються з аеропорту N протягом доби, 60% виконується власним літаковим парком. Знайдіть імовірність того, що з п'яти відібраних навмання рейсів власним парком виконується:
  - а) лише три рейси;
  - б) всі п'ять рейсів.
- 1.8. 9 осіб займають місця в одному ряду. Знайдіть ймовірність того, що дві певні особи опиняться поряд, якщо:
  - а) в ряду всього 9 місць;
  - б) в ряду всього 12 місць.
- 1.9. Комплект містить 7 виробів 1-го гатунку, 6 – 2-го гатунку і 2– 3-го гатунку. Навмання з комплекту вибирається 5 виробів. Знайдіть імовірність того, що:
  - а) відібрані лише вироби 1-го гатунку;
  - б) серед відібраних немає виробів 3-го гатунку.

- 1.10. Шість літаків, серед яких лише два В-747, виконали посадку в аеропорту і були випадковим чином розподілені на шести стоянках, розташованих в одному ряду. Знайдіть ймовірність того, що літаки В-747 опинились:
- а) на сусідніх стоянках;
  - б) на крайніх стоянках.
- 1.11. Серед 15 фірм, з яких 5 українських, а інші російські, розігрується 2 урядових контракти. Вважається, що кожна фірма має рівні шанси на отримання контракту. Знайдіть ймовірність того, що:
- а) принаймні одна українська фірма виграє контракт;
  - б) обидва контракти виграють російські фірми.
- 1.12. В урні знаходяться 15 кульок: 9 білих і 6 чорних. Навмання вийняли 5 кульок. Знайдіть ймовірність того, що:
- а) вийняли 2 білі та 3 чорні кулі;
  - б) вийняли хоча б одну чорну кульку.
- 1.13. Комплект містить 6 виробів з номерами від 1 до 6. Випадковим чином по одному з комплекту відбираються всі вироби і розташовуються в один ряд. Знайдіть ймовірність того, що:
- а) номери виробів розташуються в зростаючому порядку;
  - б) сума номерів виробів, які знаходяться на рівній відстані від кінців ряду, буде однаковою.
- 1.14. До авіакаси звернулося 3 пасажери, кожен з яких з однаковою ймовірністю може замовити білет на будь-який з шести рейсів, що виконуються протягом дня до аеропорту М. Знайдіть ймовірність того, що вони замовили білети:
- а) на один рейс;
  - б) на різні рейси.
- 1.15. Партія з 50 виробів містить 10% браку. З партії навмання вибирають 6 виробів. Знайдіть ймовірність того, що серед відібраних виробів:
- а) всі якісні;
  - б) лише 2 браковані.
- 1.16. Комплект містить 7 виробів 1-го гатунку, 6 – 2-го гатунку і два вироби – 3-го гатунку. Випадковим чином з комплекту відбирають 5 виробів. Знайдіть ймовірність того, що:
- а) серед них не виявиться жодного виробу 3-го гатунку;
  - б) всі 5 виробів – першого гатунку.
- 1.17. Серед 20 виробів 60% мають вищу якість. Знайдіть ймовірність того, що:
- а) три навмання відібрані вироби вищої якості;
  - б) із п'яти відібраних виробів вищої якості хоча б один.
- 1.18. Комплект складається з десяти виробів, 5 з яких коштують по 4 гривні кожний, 3 – по 2 гривні і 2 – по 3 гривні. Знайдіть ймовірність того, що вибрані навмання 2 вироби коштують 6 гривень.
- 1.19. Партія з 50 виробів містить 30% нестандартних, причому 40% нестандартних виробів є бракованими. Знайдіть ймовірності того, що серед відібраних навмання п'яти виробів:
- а) лише 3 браковані вироби;
  - б) немає бракованих виробів.

- 1.20. Нехай 10000 автомобілів мають чотиризначні номери від 00-00 до 99-99. Знайдіть ймовірність того, що навмання вибраний автомобіль має номер, що:
- а) складається з різних цифр;
  - б) утворює число, яке ділиться на 5.
- 1.21. Партія з 40 виробів містить 15 % браку. З партії навмання вибирають 5 виробів. Знайдіть ймовірність того, що серед відібраних виробів:
- а) лише 3 браковані;
  - б) 5 виробів якісних і 1 бракований.
- 1.22. Партія виробів складається з шести виробів першого гатунку, чотири – другого та двох – третього гатунку. Навмання з партії відбирається 5 виробів. Знайдіть ймовірність того, що серед відібраних:
- а) виявиться лише 3 вироби 1-го гатунку;
  - б) не виявиться жодного виробу третього гатунку.
- 1.23. Комплект складається з 12 виробів, 5 з яких коштують по 3 гривні кожен, решта по 1 гривні. Знайдіть ймовірність того, що відібрані навмання 4 вироби коштують разом 10 гривень.
- 1.24. В студентській групі навчається 17 хлопців і 9 дівчат. Навмання вибирають 5 студентів. Знайдіть ймовірність того, що серед відібраних буде:
- а) тільки 3 хлопці;
  - б) хоча б одна дівчина.
- 1.25. В комплекті з 40 виробів 30% - нестандартних, причому 50% нестандартних виробів є бракованими. Знайдіть ймовірність того, що серед 4-х відібраних навмання виробів буде:
- а) лише один бракований;
  - б) усі браковані.
- 1.26. В комп'ютерному класі знаходиться 10 комп'ютерів з номерами від 1 до 10. Для виконання лабораторної роботи 5 студентів випадковим чином зайняли 5 комп'ютерів. Знайдіть ймовірність того, що всі задіяні комп'ютери будуть:
- а) з номерами від 1 до 5;
  - б) з послідовними номерами.
- 1.27. Цифри 1,2,...,9 записують у випадковому порядку. Знайдіть ймовірність того, що:
- а) всі цифри будуть записані в порядку зростання;
  - б) на парних місцях опиняться парні цифри.
- 1.28. Комплект складається з 40 виробів, 20% яких – нестандартні. Знайдіть ймовірність того, що серед 4-х відібраних навмання виробів:
- а) буде однакова кількість стандартних і нестандартних;
  - б) будуть лише стандартні вироби.
- 1.29. Шість підручників і два задачника випадковим чином розташовані на полиці. Знайдіть ймовірність того, що:
- а) задачники будуть розташовані поряд;
  - б) між задачниками виявиться два підручника.
- 1.30. Партія містить 6 виробів першого гатунку, 4 вироби другого і 2 вироби третього гатунку. Навмання відбираються 5 виробів. Знайдіть ймовірність того, що серед них буде:
- а) лише 3 вироби першого гатунку;
  - б) 2 вироби першого гатунку і 2 вироби другого гатунку.

## Задача 2. ГЕОМЕТРИЧНІ ЙМОВІРНОСТІ

- 2.1. Два літаки прибувають в зону аеропорту у випадковий час між 12.00 і 12.30. Знайдіть ймовірність того, що літак, який прибув другим, не буде вимушений чекати дозволу на посадку, якщо чергову посадку можна здійснювати не раніше ніж через 10 хвилин після попередньої.
- 2.2. У рівнобедреному трикутнику з бічною стороною 5 см і основою 6 см розташовано квадрат зі стороною 2 см. Знайдіть ймовірність того, що навмання вибрана точка трикутника буде лежати в квадраті.
- 2.3. На відрізку довжиною 15 см випадково ставлять дві точки. Знайдіть ймовірність того, що відстань між цими точками не перевищує 7 см.
- 2.4. На проміжку  $[0, 1]$  випадковим чином вибирають два дійсних числа. Знайдіть ймовірність того, що їхня сума не більша 1, а добуток не перевищує  $2/9$ .
- 2.5. Два літаки прибувають до аеропорту у випадкові моменти часу від 15.00 до 15.30. Розвантаження обох літаків виконує одна бригада вантажників. Знайдіть ймовірність того, що літаку, який прибув другим, не доведеться чекати черги, якщо на розвантаження кожного літака потрібно 10 хвилин.
- 2.6. Кожне з двох дійсних додатних чисел не більше 4. Знайдіть ймовірність того, що їх добуток також буде не більше 4.
- 2.7. З проміжку  $[-1, 2]$  навмання взяті два числа. Знайдіть ймовірність того, що їх сума буде більше одиниці, а добуток менший одиниці.
- 2.8. На відрізок довжиною 12 см навмання ставлять дві точки. Знайдіть ймовірність того, що відстань між цими точками не перевищить 5 см.
- 2.9. Два дійсних числа вибираються випадковим чином із проміжку  $[0, 4]$ . Знайдіть ймовірність того, що їх сума буде більша  $4-x$ , а різниця – менша  $2-x$ .
- 2.10. В крузі радіусом 50 мм розташований ромб із діагоналями 40 мм та 60 мм. Знайдіть ймовірність того, що навмання вибрана в крузі точка лежатиме в ромбі.
- 2.11. В крузі радіусом 5 мм розташовано прямокутник зі сторонами 4 мм та 6 мм. Знайдіть ймовірність того, що навмання вибрана в крузі точка лежатиме в прямокутнику.
- 2.12. З проміжку  $[0, 4]$  вибирають навмання два дійсних числа. Знайдіть ймовірність того, що їх сума буде більша 4, а добуток - менший за 4.
- 2.13. У прямокутному трикутнику із катетами довжиною 4 м та 9 м навмання вибрали точку. Знайдіть ймовірність того, що вона потрапить у круг радіусом 1 м, розташований в середині трикутника.
- 2.14. На відрізку довжини 10 см навмання взято дві точки. Знайдіть ймовірність того, що відстань між ними не перевищить 5 см.
- 2.15. Навмання вибрано два додатних числа, кожне з яких не перевищує 6. Знайдіть ймовірність того, що сума їх буде не більша 5, а добуток – не менше 3.
- 2.16. У ромбі з бічною стороною 5 см і діагоналлю 6 см лежить прямокутник зі сторонами 2 см та 3 см. Знайдіть ймовірність того, що навмання вибрана у ромбі точка лежатиме і в прямокутнику.



- 2.17. До авіакаси у випадковий час протягом 10 хвилин звернулися 2 пасажери. Обслуговування одного пасажера триває дві хвилини. Знайдіть ймовірність того, що пасажир, який звернувся другим, буде вимушений чекати.
- 2.18. На відрізку довжиною 45 см випадково ставлять дві точки. Знайдіть ймовірність того, що відстань між цими точками не перевищує 15 см.
- 2.19. У рівнобедреному трикутнику із бічною стороною 8 см і основою 12 см довільно розташовано круг радіуса 2 см. Знайдіть ймовірність того, що навмання вибрана точка трикутника буде лежати в крузі.
- 2.20. У проміжку  $[2, 6]$  випадковим чином вибирають два дійсних числа. Знайдіть ймовірність того, що їх сума не більше 8, а добуток не перевищує 10.
- 2.21. В середині круга радіуса 8 см розташовано ромб зі стороною 4 см і діагоналлю 5 см. Знайдіть ймовірність того, що навмання вибрана в крузі точка лежатиме також і у ромбі.
- 2.22. Навмання вибрано два додатних числа, кожне з яких не перевищує 8. Знайдіть ймовірність того, що їх сума не перевищує 5, а добуток не менший ніж 4.
- 2.23. До каси залізничного вокзалу у випадковий час між 10.00 і 11.00 звернулися два пасажери. Обслуговування одного пасажера триває 10 хвилин. Знайдіть ймовірність того, що пасажир, який звернувся другим, буде вимушений зачекати.
- 2.24. В декартовій системі координат область  $G$  задано нерівностями:  $0 \leq x \leq e$ ,  $0 \leq y \leq 1$ , а область  $g$  – нерівностями:  $1 \leq x \leq e$ ,  $0 \leq y \leq \ln x$ . Знайдіть ймовірність того, що точка, яку навмання поставили в область  $G$ , попаде також і в область  $g$ .
- 2.25. В декартовій системі координат область  $G$  задано нерівностями:  $0 \leq x \leq 1$ ,  $0 \leq y \leq e$ , а область  $g$  – нерівностями:  $0 \leq x \leq 1$ ,  $x \leq y \leq e^x$ . Знайдіть ймовірність того, що точка, яку навмання поставили в область  $G$ , попаде також і в область  $g$ .
- 2.26. В декартовій системі координат область  $G$  задано нерівностями:  $0 \leq x \leq p$ ,  $0 \leq y \leq 1$ , а область  $g$  – нерівностями:  $1 \leq x \leq p$ ,  $0 \leq y \leq \sin^2 x$ . Знайдіть ймовірність того, що точка, яку навмання поставили в область  $G$ , попаде також і в область  $g$ .
- 2.27. В декартовій системі координат область  $G$  задано нерівностями:  $0 \leq x \leq 2$ ,  $0 \leq y \leq 1$ , а область  $g$  – нерівностями:  $0 \leq x \leq 2$ ,  $0 \leq y \leq 2x - x^2$ . Знайдіть ймовірність того, що точка, яку навмання поставили в область  $G$ , попаде також і в область  $g$ .
- 2.28. З проміжку  $[1, 6]$  навмання взяті два числа. Знайдіть ймовірність того, що їх сума буде більше двох, а добуток менший чотирьох.
- 2.29. Двоє студентів домовилися зустрітися між 10 та 11 годинами. При цьому на місці зустрічі чекатимуть один на одного не більше 25 хвилин. Знайдіть ймовірність того, що зустріч відбудеться.
- 2.30. Два менеджери домовилися зустрітися між 13 та 14 годинами. При цьому на місці зустрічі чекатимуть один на одного не більше 10 хвилин. Знайдіть ймовірність того, що зустріч відбудеться.

### Задача 3. ТЕОРЕМИ ДОДАВАННЯ ТА МНОЖЕННЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ

- 3.1. Дванадцять виробів, серед яких 3 бракованих, випадковим чином розбиваються на 3 рівні частини. Знайдіть імовірність того, що в кожную частину попаде тільки по одному бракованому виробу.
- 3.2. Імовірність того, що деталь, яку виготовив перший робітник буде стандартною, дорівнює 0,7, другий робітник – 0,8. Перший робітник виготовив 2 деталі, другий – 3. Знайдіть імовірність того, що серед цих 5 деталей лише дві деталі є браковані.
- 3.3. Аеропорт протягом дня виконує 3 рейси. Імовірність затримки першого рейсу за метеоумовами дорівнює 0,05, другого – 0,1, третього 0,15. Знайдіть імовірність того, що:
  - а) лише 2 рейси будуть відправлені з затримкою;
  - б) всі рейси будуть відправлені своєчасно.
- 3.4. На кожному з трьох станків виготовлено по одній деталі. Імовірність одержання браку на першому станку дорівнює 0,05, на другому – 0,07, на третьому – 0,1. Знайдіть імовірність того, що виготовлена:
  - а) лише одна бракована деталь;
  - б) принаймні одна бракована деталь.
- 3.5. Група з 15 студентів, серед яких 6 відмінників, випадковим чином розбивається на 3 рівні підгрупи. Знайдіть імовірність того, що в кожную підгрупу потрапить 2 відмінника.
- 3.6. Комплект із 100 виробів містить 30% нестандартних. З комплекту навмання по одному відбирається 4 вироби. Знайдіть імовірність того, що всі вони стандартні, якщо кожен перевірений виріб:
  - а) не повертається до комплекту;
  - б) повертається до комплекту.
- 3.7. Літак за метеоумов, що склалися, був направлений на запасний аеродром. При підході до цього аеродрому у літака залишилось пального на 3 заходи. Імовірність вдалої посадки на першому заході дорівнює 0,8, на другому – 0,85, на третьому – 0,95. Знайдіть імовірність вдалої посадки на запасному аеродромі.
- 3.8. Для ураження цілі достатньо влучення хоча б одного снаряду. Зроблено по одному пострілу з кожної гармати. Знайдіть ймовірність ураження цілі, якщо ймовірність влучення в ціль при одному пострілі з першої гармати дорівнює 0,3, а з другої – 0,4.
- 3.9. Для повідомлення про пожежу у готелі встановлено 2 незалежно працюючі сигналізатори. Ймовірність того, що при пожежі спрацює перший сигналізатор, дорівнює 0,95; другий – 0,9. Знайдіть ймовірність того, що при пожежі надійде сигнал:
  - а) хоча б від одного сигналізатора;
  - б) тільки від одного сигналізатора.
- 3.10. Аеропорт протягом дня виконує 3 рейси. Імовірність повного комерційного завантаження першого рейсу дорівнює 0,9, для другого і третього рейсів ця ймовірність дорівнює 0,85. Знайдіть імовірність того, що з повними комерційними навантаженнями будуть виконані:
  - а) тільки два рейси;
  - б) всі три рейси.

- 3.11. Комплект з 10 виробів підлягає вибірковому контролю. Навмання по одному з комплекту відбирається 4 вироби. Умовою прийому всього комплекту є придатність всіх відібраних виробів. Знайдіть ймовірність того, що комплект буде прийнятий, якщо він містить 10% браку.
- 3.12. Екзаменаційний білет містить три питання. Ймовірність того, що студент дасть відповідь на перше і друге питання, однакові та дорівнюють 0,8; на третє – 0,9. Знайдіть ймовірність того, що студент складе іспит, якщо для цього необхідно відповісти:
- а) на всі питання;
  - б) принаймні на два питання.
- 3.13. На станції спостереження встановлені 4 радіолокатори різних конструкцій, які виявляють об'єкт незалежно один від одного. Ймовірність виявлення об'єкта першим локатором дорівнює 0,86, другим – 0,9, третім – 0,92, четвертим – 0,95. Знайдіть ймовірність виявлення об'єкта:
- а) тільки одним локатором;
  - б) принаймні одним локатором.
- 3.14. Комплект з 30 виробів містить 30% браку. Випадковим чином із комплекту тричі відбирається по 2 вироби без повернення до комплекту. Знайдіть ймовірність того, що в кожній вибірці буде лише по одному бракованому виробу.
- 3.15. Три контролери незалежно один від одного оцінюють якість виробу. Ймовірність того, що виріб буде прийнятий першим контролером становить 0,95, другим – 0,9, третім – 0,98. Знайдіть ймовірність того, що виріб буде прийнятий:
- а) тільки одним контролером;
  - б) принаймні одним контролером;
  - в) всіма контролерами.
- 3.16. Аеропорт протягом дня відправляє 3 рейси. Ймовірність повного комерційного завантаження для першого рейсу дорівнює 0,95, для другого – 0,9, для третього – 0,85. Знайдіть ймовірність того, що з повним комерційним завантаженням буде відправлено:
- а) тільки один рейс;
  - б) принаймні один рейс.
- 3.17. Партія виробів, яка складається з 9 виробів 1-го ґатунку, 6 – 2-го і 3 – 3-го ґатунку, випадковим чином розбивається на 3 рівні частини. Знайдіть ймовірність того, що вироби 1-го, 2-го і 3-го ґатунків розподіляться по цих частинах порівну.
- 3.18. Радіостанція аеропорту надсилає 3 повідомлення для екіпажу літака. Ймовірність прийому першого повідомлення дорівнює 0,6, другого – 0,65, третього – 0,7. Знайдіть ймовірність того, що екіпаж прийме:
- а) тільки два повідомлення;
  - б) всі три повідомлення.
- 3.19. Комплект з 20 виробів містить 20% браку. З комплекту тричі навмання відбирається по 2 вироби без повернення в комплект. Знайдіть ймовірність того, що всі відібрані вироби якісні.
- 3.20. Автобусний парк протягом дня відправляє 4 міжміські рейси. Ймовірність повного комерційного завантаження для першого рейсу дорівнює 0,8, для другого

– 0,9, для третього – 0,7 і для четвертого – 0,6. Знайдіть ймовірність того, що з повним завантаженням буде відправлено:

а) тільки два рейси;

б) принаймні два рейси.

3.21. Екзаменаційний білет містить два теоретичні питання і дві задачі. Ймовірність того, що студент дасть відповідь на перше і друге питання однакові і дорівнюють 0,8, на третє – 0,7, на четверте – 0,9. Знайти ймовірність того, що студент складе іспит, якщо для цього потрібно відповісти:

а) тільки на три питання;

б) принаймні на два питання.

3.22. У двох комплектах знаходяться вироби, які відрізняються лише гатунком, причому в першому комплекті 5 виробів 1-го гатунку, 11 – 2-го і 8 – 3-го гатунку, а в другому комплекті відповідно 10, 8 і 6 виробів. З обох комплектів навмання відбираються по одному виробу. Знайдіть ймовірність того, що обидва вироби, що відібрали, одного гатунку.

3.23. Для сигналізації про аварію на об'єкті встановлені 3 незалежно працюючі сигналізатори. Ймовірність спрацювання при аварії першого сигналізатора дорівнює 0,95, другого – 0,92, третього – 0,9. Знайдіть ймовірність того, що при аварії спрацює:

а) тільки два сигналізатора;

б) принаймні два сигналізатора.

3.24. Комплект із 15 виробів містить 6 нестандартних. Тричі навмання з комплекту відбирається по 3 вироби без повернення до комплекту. Знайдіть ймовірність того, що після цих трьох відборів в комплекті залишаться лише нестандартні вироби.

3.25. Радіостанція аеропорту передає 3 повідомлення для екіпажу літака. Ймовірність прийому першого повідомлення дорівнює 0,9, другого – 0,95, третього – 0,99. Знайдіть ймовірність того, що екіпаж прийме:

а) тільки одне повідомлення;

б) принаймні одне повідомлення.

3.26. Аеропорт протягом дня відправляє 3 рейси. Ймовірність затримки за метеоумовами першого рейсу дорівнює 0,1, другого – 0,15, третього – 0,2. Знайдіть ймовірність того, що з затримкою буде відправлений:

а) тільки один рейс;

б) принаймні один рейс.

3.27. Ймовірність своєчасної сплати податків для першого підприємства дорівнює 0,8, для другого – 0,6, для третього – 0,7. Знайдіть ймовірність своєчасної сплати податків:

а) не більше ніж одним підприємством;

б) принаймні двома підприємствами.

3.28. Система складається з трьох пристроїв, які можуть вийти з ладу незалежно один від одного. Ймовірність відмови першого пристрою за час  $t$  рівна 0,1, для другого і третього пристроїв ця ймовірність рівна 0,15. Знайдіть ймовірність відмови за час  $t$ :

а) тільки одного пристрою;

б) тільки двох пристроїв;

в) принаймні одного пристрою.

- 3.29. Перевіряється прибуткова діяльність трьох фірм. Ймовірність прибуткової діяльності для першої фірми дорівнює 0,7, для другої – 0,5, для третьої ця ймовірність у три рази менша від суми ймовірностей для першої та другої фірм.  
Знайдіть ймовірність того, що:
- прибутковими будуть рівно дві фірми;
  - прибутковою буде хоча б одна фірма.
- 3.30. Ймовірність виконання договору для першого підприємства 0,4, для другого – 0,8, для третього ця ймовірність становить 60% від суми ймовірностей першого та другого підприємств.  
Знайдіть ймовірність виконання договору:
- тільки двома підприємствами;
  - принаймні двома підприємствами.

#### **Задача 4. ФОРМУЛА ПОВНОЇ ЙМОВІРНОСТІ. ФОРМУЛИ БАЙЄСА**

- 4.1. На фабриці три поточні лінії виробляють однотипну продукцію. Продуктивність першої лінії вдвічі більша ніж другої, а третьої в 1,5 рази більша, ніж другої. На першій лінії виробляється в середньому 15 нестандартних виробів із 1000, на другій – 10, на третій – 8.
- Знайдіть ймовірність того, що навмання вибраний виріб цієї фабрики буде стандартним.
  - В умовах даної задачі навмання вибраний виріб виявився стандартним. На якій лінії ймовірніше за все він виготовлений?
- 4.2. Авіакомпанія виконує протягом доби 8 рейсів до аеропорту М, 5 – до аеропорту N і 2 – до аеропорту Р. Ймовірність затримки рейсу за метеоумовами аеропорту М рівна 0,05, аеропорту N – 0,1, аеропорту Р – 0,2.
- Знайдіть ймовірність затримки навмання вибраного рейсу.
  - В умовах даної задачі навмання вибраний рейс був затриманий. До якого аеропорту ймовірніше за все він виконувався?
- 4.3. До продажу надходять телевізори з трьох заводів: перший завод постачає 30% всіх телевізорів, другий – 20% і третій – 50%. Продукція першого заводу містить 5% виробів з прихованим дефектом, другого – 10% і третього – 20%.
- Знайдіть ймовірність того, що придбаний телевізор буде без дефектів.
  - В умовах даної задачі придбаний телевізор виявився бездефектним. Яким заводом ймовірніше за все він виготовлений?
- 4.4. В контейнер, у якому знаходяться 3 вироби невідомої якості (стандартні або нестандартні), покладено один стандартний виріб, після чого з контейнера навмання відібрали один виріб.
- Знайдіть ймовірність того, що відібраний виріб буде стандартний, якщо рівноможливі всі припущення щодо початкового якісного складу виробів у контейнері.
  - В умовах даної задачі відібраний виріб виявився стандартним. Який був найімовірніший початковий якісний склад виробів у контейнері?

- 4.5. Авіакомпанія виконує протягом доби 6 рейсів до аеропорту М, 10 – до аеропорту N і 4 – до аеропорту Р. Імовірність неповного комерційного завантаження рейсу до аеропортів М, N і Р відповідно дорівнюють: 0,3; 0,2 і 0,4.
- Знайдіть імовірність неповного комерційного завантаження навімання взятого рейсу.
  - В умовах даної задачі виконаний рейс виявився з неповним комерційним завантаженням. До якого аеропорту найімовірніше він виконувався?
- 4.6. Для безпечного обходу грозового фронту екіпаж літака з рівною ймовірністю може вибрати три напрями: ліворуч, праворуч і зверху. Імовірність благополучного перетину літаком грозового фронту ліворуч дорівнює 0,8, праворуч – 0,9, зверху – 0,5.
- Знайдіть імовірність вдалого перетину грозового фронту.
  - В умовах даної задачі літак вдало перетнув грозовий фронт. Який напрям ймовірніше за все був вибраний екіпажем?
- 4.7. Вся продукція цеху перевіряється двома контролерами. Перший перевіряє 55% всіх виробів, другий 45%. Імовірність того, що перший контролер присвоїть марку “стандарт” нестандартному виробу, дорівнює 0,01, для другого контролера ця ймовірність дорівнює 0,05.
- Знайдіть імовірність того, що взятий навімання виріб з маркою “стандарт” виявився нестандартним.
  - В умовах даної задачі взятий навімання виріб з маркою “стандарт” виявився нестандартним. Яким контролером імовірніше за все перевірявся цей виріб?
- 4.8. Прилад, встановлений на борту літака, може працювати в двох режимах: в умовах нормального крейсерського польоту і в умовах перевантаження при зльоті і посадці. Крейсерський режим польоту займає 80% всього льотного часу, умови перевантаження – 20%. Імовірність відмови приладу під час крейсерського польоту дорівнює 0,1, в умовах перевантаження – 0,4.
- Знайдіть надійність (імовірність безвідмовної роботи) приладу під час польоту.
  - В умовах даної задачі під час польоту прилад відмовив. Знайдіть імовірність того, що політ проходив: 1) в крейсерському режимі; 2) в умовах перевантаження.
- 4.9. Для складання іспиту студентам необхідно підготувати 30 питань програми. З 25 студентів 10 підготували всі питання, 8 студентів – 25 питань, 5 студентів – 20 питань, 2 студента – 15 питань. Знайдіть імовірність того, що:
- викликаний навімання студент відповість на задане питання;
  - викликаний навімання студент відповів на задане питання. Знайдіть імовірність того, що він підготував: 1) всі питання; 2) лише половину питань.
- 4.10. Імовірності того, що під час роботи системи, яка складається з трьох елементів, відмовлять елементи з номерами 1, 2 і 3, відносяться як 3:2:5. Імовірності виявлення відмов цих елементів дорівнюють відповідно 0,95; 0,9 і 0,6.
- Знайдіть імовірність виявлення відмови в роботі системи.
  - В умовах даної задачі під час роботи системи виявлена відмова. Який з елементів імовірніше за все відмовив?

- 4.11. До контейнера, який містить 3 деталі невідомої якості (стандартні або нестандартні), покладено одну стандартну деталь. Після того з контейнера навмання відібрана одна деталь.
- Знайдіть імовірність того, що вона стандартна, якщо рівноможливі всі припущення про число стандартних деталей, які були в контейнері.
  - В умовах даної задачі відібрана деталь виявилася стандартною. Знайдіть імовірність того, що в контейнері залишилися: 1) тільки стандартні; 2) тільки нестандартні.
- 4.12. В спортивній олімпіаді приймають участь 4 студента з першого курсу, з другого – 6, з третього – 5. Імовірності того, що студент з першого, другого, третього курсу переможе на олімпіаді, дорівнюють відповідно: 0,9; 0,7 і 0,8.
- Знайдіть імовірність перемоги навмання вибраним її учасником.
  - В умовах даної задачі один студент переміг на олімпіаді. До якої групи він імовірніше за все належить?
- 4.13. На складальний конвеєр агрегатів з першого верстата-автомата надходить 40% деталей, з другого – 30%, з третього – 20% і з четвертого – 10%. Якщо при складанні буде використано деталь з першого верстата, то ймовірність одержання високоякісного агрегату дорівнює 0,98, для деталей з другого третього та четвертого верстатів ця ймовірність становить відповідно: 0,99; 0,995 і 0,998.
- Знайдіть імовірність сходження з конвеєра високоякісного агрегату.
  - В умовах даної задачі з конвеєра зійшов високоякісний агрегат. Деталь з якого верстата імовірніше за все використана в ньому?
- 4.14. Кількість вантажних машин, які проїздять трасою з бензозаправкою, відносяться до кількості легкових, як 3:2. Імовірність того, що буде заправлятися вантажна машина, дорівнює 0,1, легкова – 0,2.
- Знайдіть імовірність того, що машина стане на заправку.
  - В умовах даної задачі на заправку стала машина. Знайдіть імовірність того, що вона: 1) вантажна; 2) легкова.
- 4.15. На фабриці перший верстат виробляє – 40% всієї продукції, а другий – 60%. В середньому з тисячі виробів першого верстата бракується 9, а з 500 виробів другого – 2.
- Знайдіть імовірність випуску браку на фабриці.
  - В умовах даної задачі навмання вибраний виріб виявився бракованим. Яким верстатом більш імовірно він виготовлений?
- 4.16. З комплекту, який містить 3 стандартні і 2 нестандартні вироби, навмання відбирають 2 вироби і перекладають до другого комплекту, в якому знаходилися 4 стандартні і 4 нестандартні вироби. Після того з другого комплекту навмання відбирають один виріб.
- Знайдіть імовірність того, що він стандартний.
  - В умовах даної задачі відібраний виріб виявився стандартним. Знайдіть імовірність того, що з першого комплекту до другого були перекладені: 1) стандартні; 2) нестандартні вироби.

- 4.17. Три робітники виготовили однакову кількість деталей і склали їх в один контейнер. Брак в продукції першого робітника складає 5%, другого – 4,5%, третього – 4%.
- Знайдіть імовірність того, що взята навмання з контейнера деталь виявилась бракованою.
  - В умовах даної задачі відділ технічного контролю виявив браковану деталь. Знайдіть ймовірність того, що її виготовив другий робітник.
- 4.18. Імовірність виходу літака на заданий пункт на великих висотах дорівнює 0,8, на середніх – 0,9, на малих – 0,6. На великих висотах виконується 20% польотів, на середніх – 10%, на малих – 7 %.
- Знайдіть імовірність виходу літака на заданий пункт.
  - В умовах даної задачі літак вийшов на заданий пункт. На яких висотах імовірніше за все виконувався політ?
- 4.19. Авіатехнічний склад одержує з першого заводу в 4 рази більше агрегатів, ніж з другого. Брак в продукції першого заводу складає 0,4%, другого – 1%.
- Знайдіть імовірність того, що взятий навмання агрегат виявиться бракованим.
  - В умовах даної задачі випадково вибраний агрегат виявився бракованим. Яким заводом більш імовірно він виготовлений?
- 4.20. В контейнер, який містить 3 стандартні і 2 нестандартні вироби, добавлено ще 2 вироби, для яких рівноможливі всі припущення про стандартність. Потім з контейнера навмання відібраний один виріб.
- Знайдіть імовірність того, що він стандартний.
  - В умовах даної задачі відібраний виріб виявився стандартним. Які вироби імовірніше за все були додані в контейнер?
- 4.21. Із 20 студентів, які складають іспит, 8 студентів вивчили всі 40 питань програми, 6 студентів – 35 питань, 4 студенти – 25 питань і 2 студенти – тільки 10 питань.
- Знайдіть імовірність того, що викликаний навмання студент відповість на всі 3 питання білета.
  - В умовах даної задачі викликаний студент відповів на 3 питання білета. Знайдіть імовірність того, що він вивчив: 1) тільки 35 питань; 2) тільки 10 питань.
- 4.22. На фабриці 3 поточні лінії з однаковою продуктивністю виготовляють однотипну продукцію. На першій лінії виготовляється продукція тільки вищої якості, на другій продукція вищої якості складає 90%, на третій – 85%.
- Знайдіть імовірність того, що випадково вибраний виріб має вищу якість.
  - В умовах даної задачі випадково вибраний виріб має вищу якість. Знайдіть ймовірність того, що він виготовлений на третій лінії.
- 4.23. За статистичними даними в певному районі траси польоту літака ймовірність розвитку грозових фронтів на великих висотах дорівнює 0,4, на середніх – 0,6, на малих – 0,8. В цьому районі 10% польотів виконується на великих висотах, 30% – на середніх і 60% – на малих.
- Знайдіть імовірність того, що літак, який виконує рейс в цьому районі, не зустріне грозового фронту.
  - В умовах даної задачі літак не зустрів грозового фронту. На яких висотах імовірніше за все він виконував політ?



- 4.24. В продаж надходять годинники з трьох заводів: перший завод постачає вдвічі більше годинників, ніж другий, а третій – втричі менше, ніж другий. Точний час показують 92% годинників першого заводу, 95% – другого і 99% – третього.
- Знайдіть імовірність того, що навімання придбаний годинник показує точний час.
  - В умовах даної задачі придбаний годинник показує точний час. Знайдіть ймовірність того, що він виготовлений першим заводом.
- 4.25. На першій полиці знаходиться 4 підручника і 2 задачника, на другій 2 підручника і 3 задачника. З першої полиці на другу навімання переставили одну книгу, потім з другої полиці навімання взяли одну книгу.
- Знайдіть імовірність того, що з другої полиці взяли підручник.
  - В умовах даної задачі книга, яку взяли з другої полиці, виявилась підручником. Знайдіть імовірність того, що з першої полиці на другу було переставлено: 1) підручник; 2) задачник.
- 4.26. На склад підприємства надходять деталі з трьох цехів. Перший цех відправив 100 деталей, а другий і третій – по 200. Перший і другий цехи дають по 2% браку, третій – 1%.
- Знайдіть імовірність того, що деталь, яку навімання взяли зі складу є бракованою.
  - В умовах даної задачі навімання взята деталь виявилась стандартною. Яка ймовірність того, що вона надійшла з третього цеху?
- 4.27. На склад надходять деталі з 3 верстатів. Продуктивність першого верстата вдвічі більша, ніж другого, а продуктивність другого вдвічі більша, ніж третього. Імовірність браку в продукції першого верстата дорівнює 0,1, другого – 0,05, третього 0,02.
- Знайдіть імовірність того, що навімання взята зі складу деталь виявиться бракованою.
  - В умовах даної задачі випадково відібрана деталь виявилась бракованою. Знайдіть ймовірність того, що вона виготовлена: 1) на першому верстаті; 2) на третьому верстаті.
- 4.28. Відомо, що 90% продукції заводу відповідає стандарту. Спрощена схема контролю визначає придатною стандартну продукцію з імовірністю 0,98 і нестандартну – з імовірністю 0,05.
- Знайдіть імовірність того, що виготовлений виріб пройде спрощений контроль.
  - В умовах даної задачі виріб пройшов спрощений контроль. Знайдіть ймовірність того, що він відповідає стандарту.
- 4.29. Однотипні запчастини для ремонту авіаційної техніки постачаються на склад технічного майна трьома підприємствами, перше з яких дає 45% всіх запчастин, друге – 30%, третє – 25%. Надійність запчастин цих підприємств оцінюється відповідно ймовірностями 0,85; 0,9 і 0,95.
- Визначте середній процент браку серед запчастин, які зберігаються на складі.
  - В умовах даної задачі випадково вибрана запчастина виявилась бракованою. Знайдіть імовірність того, що вона одержана з: 1) другого підприємства; 2) третього підприємства.

- 4.30. В цеху на початку робочого дня було 10 однотипних інструментів, 7 з яких нові, а решту вже використовували. Перша зміна робітників навмання взяла 2 інструмента і після використання повернула їх. Друга зміна також навмання взяла 2 інструмента.
- Знайдіть імовірність того, що обидва інструменти нові.
  - В умовах даної задачі обидва інструмента, які взяла друга зміна, виявились новими. Знайдіть ймовірність того, що першій зміні дісталися також нові інструменти.

**Задача 5. Повторення незалежних випробувань. ФОРМУЛА БЕРНУЛЛІ,  
ФОРМУЛИ МУАВРА-ЛАПЛАСА, ФОРМУЛА ПУАССОНА**

- Велика партія виробів містить 30% нестандартних. Знайдіть імовірність того, що з п'яти виробів, які випадково відібрали з партії:
  - лише один нестандартний;
  - принаймні один нестандартний.
- Імовірність того, що пасажир, який звернувся до авіакаси, замовить білет до аеропорту N, становить 0,1. Знайдіть імовірність того, що зі ста пасажирів, які звернулися до каси, білет до аеропорту N замовлять:
  - менше 15 чоловік;
  - від 5 до 12 чоловік;
  - більше 20 чоловік.
- Радіоапаратура складається з 1000 мікроелементів. Імовірність відмови кожного елемента протягом доби дорівнює 0,002 і не залежить від стану інших елементів. Знайдіть імовірність відмови протягом доби:
  - лише двох елементів;
  - не більше двох елементів.
- Авіакомпанія виконує протягом місяця 400 рейсів. Імовірність повного комерційного навантаження кожного рейсу становить 0,8. Знайдіть імовірність того, що протягом місяця з повним комерційним навантаженням буде виконано:
  - не менше трьохсот рейсів;
  - від 250 до 350 рейсів.
- Якість виробу оцінюють незалежно один від одного 4 контролери. Імовірність прийому виробу кожним контролером дорівнює 0,9. Знайдіть імовірність того, що виріб буде прийнятий:
  - всіма контролерами;
  - принаймні двома контролерами.
- За статистичними даними в середньому 1% клієнтів банку відмовляються від кредиту. Знайдіть імовірність того, що з 300 клієнтів відмовляються від кредиту:
  - не менше трьох клієнтів;
  - не більше п'яти.

- 5.7. На біржі виставлено 10 цінних паперів. Імовірність того, що вони подорожчають протягом одного дня, дорівнює 0,6. Знайдіть ймовірності того, що протягом дня подорожчає:
- а) рівно 5 паперів;
  - б) не більше ніж 4 папери;
  - в) від 3 до 5 цінних паперів.
- 5.8. Велика партія ламп містить 1% браку. Знайдіть імовірність того, що серед відібраних навмання восьми ламп виявиться:
- а) принаймні одна бракована;
  - б) рівно 2 браковані лампи.
- 5.9. За статистичними даними в середньому 5% рейсів, які виконує авіакомпанія, затримуються за технічними причинами. Знайдіть імовірності того, що з чотирьохсот рейсів, запланованих на наступний місяць, за технічними причинами буде затримано:
- а) не більше 10% рейсів;
  - б) не менше 3% рейсів.
- 5.10. Імовірність прольоту пункту обов'язкового повідомлення у призначений час для кожного з чотирьох літаків дорівнює 0,8. Знайдіть імовірність того, що пункт обов'язкового повідомлення у призначений час пролетить:
- а) принаймні один літак;
  - б) лише два літака;
  - в) не менше трьох літаків.
- 5.11. Телефонна станція обслуговує 2000 абонентів. Імовірність того, що будь-який абонент зателефонує на станцію протягом години, дорівнює 0,001. Знайдіть імовірність того, що протягом години на станцію зателефонують:
- а) лише 5 абонентів;
  - б) не більше двох абонентів.
- 5.12. Інвестор укладає договір на фондовій біржі. Імовірність укладання однієї угоди за день дорівнює 0,7. Виходячи з припущення, що за 10 робочих днів укладається не більше однієї угоди в день, знайдіть ймовірності подій:
- а) буде укладено рівно 7 угод;
  - б) буде укладено не більше 8 угод;
  - в) жодної угоди не буде укладено.
- 5.13. Фабрика виробляє 75% продукції вищої якості. Знайдіть імовірність того, що з 300 виробів цієї фабрики кількість високоякісних виробів буде:
- а) не менше 250;
  - б) від 220 до 235;
  - в) не більше 200.
- 5.14. Кількість помилок у рахунках торгових підприємств складає 5%. Аудитор перевіряє 10 навмання вибраних рахунків. Знайдіть імовірність того, що аудитором:
- а) не буде знайдено жодної помилки;
  - б) буде знайдено лише три помилки;
  - в) буде знайдено від 3 до 5 помилок.

- 5.15. Імовірність закриття аеропорту за метеоумовами для кожної доби в осінньо-зимовий період дорівнює 0,15. Знайдіть імовірність того, що в цей період аеропорт буде закритий:
- а) лише 30 днів;
  - б) не більше 30 днів;
  - в) не менше 50 днів.
- 5.16. Імовірність того, що відвідувач магазину зробить покупку, дорівнює 0,2. Знайдіть імовірність того, що з 10 відвідувачів, які завітали до магазину:
- а) покупку зроблять рівно 6 відвідувачів;
  - б) покупку не зробить жоден відвідувач;
  - в) покупку зроблять не більше трьох відвідувачів.
- 5.17. Прилад складається з чотирьох незалежно працюючих вузлів. Імовірність безвідмовної роботи за час  $t$  кожного вузла дорівнює 0,7. Знайдіть імовірність того, що протягом часу  $t$  будуть безвідмовно працювати:
- а) всі вузли;
  - б) принаймні один вузол;
  - в) не менше трьох вузлів.
- 5.18. При транспортуванні пошкоджується в середньому 0,05% скляних виробів. Знайдіть імовірність того, що при транспортуванні 1000 виробів буде пошкоджено:
- а) рівно 3 вироби;
  - б) не більше двох виробів;
  - в) принаймні один виріб.
- 5.19. З комплекту, який складається з дев'яти якісних і одного бракованого виробу, навмання по одному відбираються вироби, кожен з яких після визначення якості повертається до комплекту. Знайдіть імовірність того, що у процесі десяти таких відборів бракований виріб буде виявлений:
- а) принаймні один раз;
  - б) рівно один раз.
- 5.20. Близько 40 % клієнтів банку використовують спеціальні кредитні картки. Знайдіть імовірність того, що з 25 клієнтів банку, картки використовують:
- а) рівно 12 клієнтів;
  - б) не менше 10 клієнтів;
  - в) від 15 до 20 клієнтів.
- 5.21. Фабрика виробляє в середньому 20 % нестандартних виробів. Знайдіть імовірність того, що в партії з 100 штук кількість нестандартних виробів виявиться:
- а) більшою 2;
  - б) більшою за 5 і меншою за 20.
- 5.22. Радіостанція аеропорту надсилає 6 повідомлень для екіпажу літака. Імовірність прийому кожного із повідомлень дорівнює 0,6.
- а). Знайдіть найбільш імовірну кількість повідомлень, прийнятих екіпажем, і відповідну їй імовірність.
  - б). Яка ймовірність того, що екіпаж прийме не менше чотирьох повідомлень?

- 5.23. На біржі виставлено 100 цінних паперів. Імовірність того, що вони подорожчають протягом одного дня, дорівнює 0,06. Знайдіть ймовірності того, що серед цих 100 цінних паперів подорожчає:
- а) рівно 50 паперів;
  - б) не більше ніж 40 паперів;
  - в) від 30 до 60 цінних паперів.
- 5.24. Імовірність того, що відвідувач супермаркету зробить покупку, дорівнює 0,7. Знайдіть ймовірність того, що з 100 відвідувачів зроблять покупку:
- а) лише 60 осіб;
  - б) не більше 70 осіб;
  - в) не менше 50 осіб.
- 5.25. Завод відправив на базу 500 доброякісних виробів. Імовірність пошкодження при транспортуванні кожного виробу дорівнює 0,001. Знайдіть ймовірності пошкодження при транспортуванні:
- а) рівно двох виробів;
  - б) менше двох виробів;
  - в) принаймні одного виробу.
- 5.26. Імовірність того, що лампа залишається придатною після  $t$  годин роботи, дорівнює 0,1.
- а) Знайдіть найбільш імовірне число ламп із п'яти придбаних, які залишаться придатними після  $t$  годин роботи.
  - б) Яку кількість ламп треба придбати, щоб з ймовірністю, не меншою 0,95, принаймні одна з них залишилась придатною?
- 5.27. Близько 30 % клієнтів банку використовують спеціальні кредитні картки. Знайдіть ймовірність того, що з 100 клієнтів банку, картки використовують:
- а) рівно 60 клієнтів;
  - б) не менше 50 клієнтів;
  - в) від 40 до 60 клієнтів.
- 5.28. Імовірність несвоєчасного відправлення рейсу з аеропорту дорівнює 0,004. Знайдіть ймовірність того, що з 500 рейсів несвоєчасно буде відправлено:
- а) лише 4 рейси;
  - б) не менше чотирьох рейсів;
  - в) принаймні один рейс.
- 5.29. За даними метеослужби аеропорту кількість нельотних днів в I-му кварталі складає в середньому 10%. Знайдіть ймовірність того, що в I-му кварталі буде нельотних:
- а) лише 10 днів;
  - б) від 5 до 15 днів;
  - в) не більше 10 днів.
- 5.30. На контроль надійшла партія виробів. Відомо, що 5% всіх виробів не відповідає стандарту.
- а). Знайдіть найбільш імовірне число нестандартних виробів серед шести перевірених і відповідну йому ймовірність.
  - б). Скільки потрібно перевірити виробів, щоб з ймовірністю, не меншою 0,95%, виявити принаймні один нестандартний виріб?

## РОБОТА 2. ВИПАДКОВІ ВЕЛИЧИНИ

### §1. ОДНОВИМІРНІ ВИПАДКОВІ ВЕЛИЧИНИ

#### 1. Дискретні випадкові величини. Ряд розподілу. Функція розподілу. Числові характеристики

**Задача 1.** Для даної випадкової величини  $X$

- 1) складіть ряд розподілу і побудуйте багатокутник розподілу;
- 2) знайдіть моду, математичне сподівання і дисперсію;
- 3) знайдіть ймовірність того, що значення випадкової величини більше нуля і не більше  $M(X) + 2s(X)$ .

- 1.1. Комплект складається з п'яти деталей 1-го гатунку, двох деталей 2-го гатунку і трьох бракованих деталей. Навмання з комплекту відбирається одночасно 3 деталі. Випадкова величина  $X$  – кількість бракованих деталей серед відібраних.
- 1.2. Система складається з трьох пристроїв, які за час  $t$  незалежно один від одного можуть вийти з ладу з ймовірностями відповідно 0,1, 0,05 і 0,2. Випадкова величина  $X$  – число пристроїв, які вийшли з ладу за час  $t$ .
- 1.3. Ймовірність появи бракованого виробу при оцінці якості партії виробів дорівнює 0,1. Контролер навмання по одному відбирає з партії 4 вироби, але припиняє відбір після появи бракованого виробу і не приймає партію. Випадкова величина  $X$  – кількість відібраних небракованих виробів.
- 1.4. Ймовірність затримки рейсу за метеоумовами аеропорту дорівнює 0,2. Випадкова величина  $X$  – кількість затриманих рейсів з чотирьох, які виконуються з аеропорту.
- 1.5. Радіостанція надсилає 3 повідомлення для екіпажа, який виконує рейс. Ймовірності прийому першого, другого, третього повідомлень відповідно дорівнюють 0,9, 0,8, і 0,7. Випадкова величина  $X$  – кількість прийнятих повідомлень.
- 1.6. Партія виробів містить 20% нестандартних. Навмання з партії одночасно відбирається 3 вироби. Випадкова величина  $X$  – кількість бракованих виробів серед відібраних.
- 1.7. Ймовірність правильної відповіді студентом на кожне питання викладача дорівнює 0,8. Викладач задає питання до одержання першої неправильної відповіді, але не більше трьох питань. Випадкова величина  $X$  – кількість одержаних правильних відповідей.
- 1.8. Комплект складається з чотирьох виробів вартістю по 4 гривні кожен і шести виробів – по 3 гривні. Навмання з комплекту одночасно відбирається 3 вироби. Випадкова величина  $X$  – сумарна вартість відібраних виробів.
- 1.9. Авіакомпанія 30% всіх рейсів виконує власним літаковим парком. Навмання вибирається чотири рейси. Випадкова величина  $X$  – кількість рейсів на власному літаковому парку серед вибраних.
- 1.10. Якість виробу перевіряється трьома контролерами. Ймовірності того, що виріб буде прийнятий першим, другим, третім контролером, відповідно дорівнюють 0,95, 0,9 і 0,8. Випадкова величина  $X$  – число контролерів, які прийняли виріб.

- 1.11. В партії з 20 виробів 90% мають вищу якість. Навмання з партії одночасно відібрано 3 вироби. Випадкова величина  $X$  – число виробів вищої якості серед відібраних.
- 1.12. При обставинах, що склалися, ймовірність точного вимірювання штурманом кута знесення дорівнює 0,8. Штурман 4 рази виміряв кут. Випадкова величина  $X$  – число точних вимірювань кута.
- 1.13. Авіафірма протягом дня виконує 3 рейси. Імовірності затримки першого, другого, третього рейсів за метеоумовами дорівнює відповідно 0,1; 0,3 і 0,5. Випадкова величина  $X$  – число затриманих за метеоумовами рейсів.
- 1.14. Брак в продукції цеху складає 5%. З денного виробітку контролер навмання відбирає по одному виробу до виявлення першого бракованого, але не більше 4-х виробів. Випадкова величина  $X$  – число відібраних придатних виробів.
- 1.15. За даними метеослужби аеропорту в лютому кількість нельотних днів складає в середньому 20%. Випадкова величина  $X$  – число нельотних днів серед 4-х наступних.
- 1.16. З комплекту, який складається з шести виробів 1-го гатунку, п'яти – 2-го гатунку і чотирьох бракованих виробів, навмання відібрані 3 вироби. Випадкова величина  $X$  – число небракованих виробів серед відібраних.
- 1.17. Ймовірність того, що стрілець влучить у мішень при одному пострілі, дорівнює 0,9. Стрільцеві видають патрони доти, доки він не зробить промах але не більше 6. Випадкова величина  $X$  - кількість патронів, що були видані стрільцеві.
- 1.18. В контейнері знаходяться 5 виробів, один з яких бракований. Навмання по одному з контейнера відбираються вироби до появи бракованого. Випадкова величина  $X$  – число відібраних виробів.
- 1.19. При підльоті до аеродрому літак має запас пального для трьох заходів на посадку. Імовірність благополучної посадки при першому заході дорівнює 0,8, при другому – 0,9, при третьому – 0,95. Випадкова величина  $X$  – число заходів літака на посадку.
- 1.20. Оператор обслуговує 3 незалежно працюючі верстати. Імовірність того, що впродовж години верстату не знадобиться втручання оператора, дорівнює: для першого верстата – 0,75, для другого – 0,8, для третього – 0,9. Випадкова величина  $X$  – число верстатів, яким не знадобиться втручання оператора.
- 1.21. На шляху руху автомобіля 5 світлофорів, кожен з яких дозволяє або забороняє рух з імовірністю 0,5. Випадкова величина  $X$  – число світлофорів, пройдених автомобілем до першої зупинки.
- 1.22. Імовірність виготовлення підприємством нестандартного виробу дорівнює 0,1. Із партії виробів контролер навмання по одному відбирає до п'яти виробів, припиняючи відбір після одержання першого нестандартного виробу. Випадкова величина  $X$  - число відібраних стандартних виробів.
- 1.23. Оператор обслуговує 4 незалежно працюючі верстати. Імовірність того, що впродовж години кожному з верстатів знадобиться втручання оператора, стала і дорівнює 0,2. Випадкова величина  $X$  – число верстатів, яким впродовж години не знадобилось втручання оператора.
- 1.24. Комплект містить 6 виробів вартістю 3 гривні кожен і 4 вироби – по 2 гривні. Навмання з комплекту відбирається 3 вироби. Випадкова величина  $X$  – сумарна вартість відібраних виробів.

- 1.25. Прилад складається з чотирьох незалежно працюючих вузлів. Імовірність того, що кожен з вузлів не вийде з ладу за час  $t$ , стала і дорівнює  $0,75$ . Випадкова величина  $X$  – кількість вузлів, які не вийшли з ладу за час  $t$ .
- 1.26. В екзаменаційному білеті 4 питання, на кожне з яких студент може відповісти з імовірністю  $0,7$ . Випадкова величина  $X$  – кількість питань екзаменаційного білету, на які студент може відповісти. Знайдіть імовірність того, що студент складе іспит, якщо для цього необхідно відповісти принаймні на 3 питання.
- 1.27. Комплект складається з шести посудин місткістю 2 літри кожна і чотирьох посудин – по 1 літру кожна. Випадкова величина  $X$  – сумарна місткість трьох навмання відібраних з комплекту посудин.
- 1.28. Диспетчер керує підходом трьох літаків, які заходять на посадку з трьох коридорів. Імовірність посадки літака без відходу на другий круг з першого коридору дорівнює  $0,95$ , з другого –  $0,92$  і з третього –  $0,9$ . Випадкова величина  $X$  – кількість літаків, які виконали посадку без відходу на другий круг.
- 1.29. На маршруті виконання рейсу є 5 районів, у кожному з яких з імовірністю  $0,6$  можлива поява грозового фронту. Випадкова величина  $X$  – кількість районів, які пройшов літак до зустрічі з грозовим фронтом.
- 1.30. Імовірність прольоту кожним із чотирьох літаків в призначений час пункту обов'язкового повідомлення дорівнює  $0,9$ . Випадкова величина  $X$  – кількість літаків, які пролетіли пункт обов'язкового повідомлення в призначений час.

**Задача 2.** Випадкова величина  $X$  задана рядом розподілу

$X$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
$P$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$

Знайти функцію розподілу  $F(x)$  випадкової величини  $X$  і побудувати її графік. Обчислити для  $X$  її математичне сподівання  $MX$ , дисперсію  $DX$  і моду  $M_0$ . Значення параметрів  $x_1, x_2, x_3, x_4, p_1, p_2, p_3, p_4$  обчислити за наступними формулами. При цьому під залишком  $(V/N)$  розуміємо остачу після ділення  $V$  на  $N$  стовпчик. Тому залишок – ціле число:

$$R = \text{залишок } (V/4) + 2;$$

$$x_1 = V + 3, \quad x_2 = x_1 + R, \quad x_3 = x_2 + R, \quad x_4 = x_3 + 2R,$$

$$p_1 = \frac{1}{R+5}, \quad p_2 = \frac{1}{R+3}, \quad p_3 = \frac{41 + 33R + R^2 - R^3}{(R+3)(R+5)(8-R)}, \quad p_4 = \frac{1}{8-R};$$

$V$  – номер варіанта.

## 2. Неперервні випадкові величини. Функція розподілу, щільність розподілу, числові характеристики

**Задача 3.** Неперервна випадкова величина  $X$  задана функцією розподілу  $F(x)$ . Знайдіть:

а) щільність розподілу  $p(x)$ ;

б) математичне сподівання, дисперсію і середнє квадратичне відхилення величини  $X$ ;

в) побудуйте графіки функцій  $F(x)$  і  $p(x)$ .



$$\begin{aligned}
3.1. \quad F(x) &= \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ 0,5(x^2 - x), & 1 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases} \\
3.2. \quad F(x) &= \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 2 \sin x, & 0 < x \leq p/6, \\ 1, & x > p/6. \end{cases} \\
3.3. \quad F(x) &= \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ 0,25(x^2 + x - 2), & 1 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases} \\
3.4. \quad F(x) &= \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 0,5(x^3 + x^2), & 0 < x \leq 1, \\ 1, & x > 1. \end{cases} \\
3.5. \quad F(x) &= \begin{cases} 0, & x \leq -p/2, \\ \cos x, & -p/2 < x \leq 0, \\ 1, & x > 0. \end{cases} \\
3.6. \quad F(x) &= \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ x\sqrt[3]{x}, & 0 < x \leq 1, \\ 1, & x > 1. \end{cases} \\
3.7. \quad F(x) &= \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ x(3x + 2), & 0 < x \leq 1/3, \\ 1, & x > 1/3. \end{cases} \\
3.8. \quad F(x) &= \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ \frac{4}{3}\left(1 - \frac{1}{x^2}\right), & 1 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases} \\
3.9. \quad F(x) &= \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ 0,25(x-1)^2, & 1 < x \leq 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases} \\
3.10. \quad F(x) &= \begin{cases} 0, & x \leq -1, \\ \frac{1}{3}(x^2 + 4x + 3), & -1 < x \leq 0, \\ 1, & x > 0. \end{cases} \\
3.11. \quad F(x) &= \begin{cases} 0, & x \leq 2, \\ \frac{1}{15}(x^3 - 4x), & 2 < x \leq 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases} \\
3.12. \quad F(x) &= \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 0,5\sqrt{x}, & 0 < x \leq 4, \\ 1, & x > 4. \end{cases}
\end{aligned}$$

$$3.13. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ \ln x, & 1 < x \leq e, \\ 1, & x > e. \end{cases}$$

$$3.14. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1, \\ \frac{1}{8}(x+1)^3, & -1 < x \leq 1, \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

$$3.15. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ x(x+1,5), & 0 < x \leq 0,5, \\ 1, & x > 0,5. \end{cases}$$

$$3.16. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \sin x, & 0 < x \leq p/2, \\ 1, & x > p/2. \end{cases}$$

$$3.17. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \sqrt[4]{x}, & 0 < x \leq 1, \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

$$3.18. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1, \\ \frac{1}{9}(x^3+1), & -1 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

$$3.19. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1, \\ \frac{1}{3}(-x^2+2x+3), & -1 < x \leq 0, \\ 1, & x > 0. \end{cases}$$

$$3.20. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{1}{8}x\sqrt{x}, & 0 < x \leq 4, \\ 1, & x > 4. \end{cases}$$

$$3.21. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ \frac{1}{3}(x^2-1), & 1 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

$$3.22. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ \frac{1}{2}(-x^2+5x-4), & 1 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

$$3.23. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \frac{1}{2}(x^3+x), & 0 < x \leq 1, \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

$$3.24. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ x\sqrt[3]{x^2}, & 0 < x \leq 1, \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

$$3.25. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2, \\ \frac{1}{3}(x^2 - 2x), & 2 < x \leq 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

$$3.26. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1, \\ (x^2 - 1)^2, & -1 < x \leq 0, \\ 1, & x > 0. \end{cases}$$

$$3.27. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 0,5\sqrt[3]{x}, & 0 < x \leq 8, \\ 1, & x > 8. \end{cases}$$

$$3.28. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2, \\ (x - 2)^3, & 2 < x \leq 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

$$3.29. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1, \\ \frac{1}{7}(x^3 - 1), & 1 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

$$3.30. F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2, \\ 0,2(x^2 - 4), & 2 < x \leq 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases}$$

### 3. Нормальний закон розподілу

#### Задача 4

- 4.1. Підприємство випускає вироби, довжина яких  $X$  розподілена нормально з математичним сподіванням (проектна довжина), рівним 50 см. Фактична довжина знаходиться в межах від 45 до 55 см. Знайдіть імовірність того, що довжина навмання взятого виробу:
- більша 52 см;
  - менша 48 см.
- 4.2. Нормально розподілена випадкова величина в 15% випадків приймає значення менше за 12, і в 40% випадків – значення більше за 16,2. Знайдіть параметри  $a$  і  $s$  цього розподілу.

- 4.3. Хлібозавод випікає паляниці номінальної маси (математичне сподівання) 1 кг. За статистичними даними 99,9% всієї продукції має масу від 0,96 до 1,04 кг. Знайдіть імовірність того, що взята на контроль паляниця відповідає стандарту, якщо для цього її маса не повинна відхилитися від номіналу більше ніж на 0,02 кг.
- 4.4. Вимірювана випадкова величина  $X$  підпорядкована нормальному закону розподілу з параметрами  $a=10$  і  $s=5$ . Знайдіть симетричний відносно  $a$  інтервал, у який з імовірністю 0,5 потрапить значення цієї величини, одержане при вимірюванні.
- 4.5. Деталь, виготовлена автоматом, вважається придатною, якщо відхилення контрольованого розміру  $X$  від номіналу (математичного сподівання) не перевищує 10 мм. Точність виготовлення визначається стандартним відхиленням  $s$ . Для прийнятої технології  $s=5$  мм і  $X$  -нормально розподілене. Визначте:  
 а) який процент придатних деталей виготовляє автомат?  
 б) якою повинна бути точність виготовлення, щоб цей процент становив 98%?
- 4.6. Систематична похибка утримання висоти літаком рівна +20 м, а випадкова похибка має стандартне відхилення  $s=75$  м. Для польоту літаку відведений коридор висотою 100 м. Знайдіть імовірності того, що літак буде летіти нижче, всередині, вище коридору, якщо літакові задана висота, яка відповідає середині коридору.
- 4.7. Коробки з цукерками упаковуються автоматично, їх середня маса дорівнює 1,06 кг. Знайдіть стандартне відхилення  $s$ , якщо 5% коробок має масу, меншу 1 кг.
- 4.8. Випадкові похибки вимірювань підлягають нормальному закону розподілу з параметрами  $a=0$ ,  $s=20$  мм. Знайдіть імовірність того, що при трьох незалежних вимірюваннях похибка принаймні одного не перевищить за абсолютною величиною 4 мм.
- 4.9. Виріб вважається стандартним, якщо відхилення його розміру від номіналу (математичного сподівання) за абсолютною величиною не перевищує 4,2 мм. Відхилення розміру – випадкова величина  $X$ , яка має нормальний розподіл з параметром  $s=3$  мм. Знайдіть середню кількість стандартних виробів серед шести виготовлених.
- 4.10. Нормально розподілена випадкова величина  $X$  в 10% випробувань приймає значення, менше 5, а в 20% – значення, більше 30. Знайдіть імовірність попадання цієї випадкової величини в інтервал (10; 20).
- 4.11. Випадкова величина  $X$  підпорядкована нормальному закону розподілу з параметрами  $a=1,6$  і  $s=1$ . Знайдіть імовірність того, що при чотирьох випробуваннях ця випадкова величина принаймні один раз прийме значення з інтервалу (1,5; 2).
- 4.12. Розмір виробів, які виготовляє фабрика, – випадкова величина  $X$  підпорядкована нормальному закону розподілу з параметрами  $a=5$  см і  $s=0,9$  см.  
 а) Знайдіть імовірність того, що розмір навмання взятого виробу відхиляється від номіналу (математичного сподівання) не більше, ніж на 0,2 см;  
 б) В яких межах з імовірністю 0,95 знаходиться розмір взятого виробу?

- 4.13. Випадкова величина  $X$  підпорядкована нормальному закону розподілу з параметрами  $a = 2,2$  і  $s = 0,5$ . Знайдіть імовірність того, що в першому випробуванні  $X$  прийме значення з інтервалу (3; 4), а другому – з інтервалу (1; 2).
- 4.14. Фірма виготовляє вироби номінальної маси 1 кг (математичне сподівання). Відомо, що 5% продукції має масу, меншу 0,94 кг. Знайдіть імовірність того, що з 4-х відібраних навмання виробів два будуть мати масу, більшу 1,05 кг.
- 4.15. Процент зайнятості крісел на рейсах авіакомпанії – випадкова величина  $X$  розподілена за нормальним законом з середнім значенням 90% і стандартним відхиленням  $s = 5\%$ . Знайдіть імовірності того, що:
- на навмання вибраному рейсі процент зайнятості крісел відхилиться від середнього значення за абсолютною величиною не більше, ніж на 2%;
  - процент зайнятості крісел на цьому рейсі буде знаходитись в межах від 85% до 91%.
- 4.16. Швидкість вітру в районі аеропорту – нормально розподілена випадкова величина  $X$  з середнім значенням 16 км/год і стандартним відхиленням 5 км/год. Знайдіть імовірності того, що в випадковий момент часу швидкість вітру буде:
- меншою 14 км/год;
  - більшою 20 км/год.
- 4.17. Підприємство виготовляє вироби, довжина яких розподілена нормально з проектним (середнім) значенням 80 см. Фактична довжина виробів знаходиться в межах від 75 см до 85 см. Знайдіть імовірність того, що довжина навмання взятого виробу буде знаходитись в межах від 78 см до 83 см.
- 4.18. Річна виручка авіафірми – нормально розподілена випадкова величина  $X$  з середнім значенням 250 млн. гривень і стандартним відхиленням 4,5 млн. Знайдіть симетричний відносно середнього значення інтервал, в якому з імовірністю 0,9 можна очікувати виручку в наступному році.
- 4.19. Процент зайнятості крісел на рейсах, які виконуються з аеропорту – нормально розподілена випадкова величина  $X$  з середнім значенням 75% і стандартним відхиленням 5%. Знайдіть імовірність того, що на випадково вибраному рейсі, який виконує літак місткістю 250 місць, відправлено не менше двохсот пасажирів.
- 4.20. Довжина виробів, які виготовляє цех, – нормально розподілена випадкова величина з середнім значенням 90 см і дисперсією 0,0225. Знайдіть імовірності того, що:
- відхилення довжини виготовленого виробу від середнього значення не перевищить за абсолютною величиною 0,4 см;
  - довжина виготовленого виробу буде більшою 91 см.
- 4.21. Щоденне споживання електроенергії в аеропорту – нормально розподілена випадкова величина  $X$  з середнім значенням 1000 квт/год. Знайдіть імовірності того, що споживання електроенергії наступного дня:
- перевищить 1200 квт/год;
  - не перевищить 900 квт/год.

- 4.22. Комерційне навантаження літаків, що прибувають в аеропорт, – нормально розподілена випадкова величина з середнім значенням 85% і стандартним відхиленням 5%. Знайдіть імовірність того, що з 4-х прибулих літаків принаймні один буде мати комерційне навантаження більше 95%.
- 4.23. Випадкова величина  $X$  розподілена нормально з параметрами  $a = 3$  і  $s = 0,7$ . Складіть щільність розподілу ймовірностей випадкової величини  $X$  і обчисліть імовірність того, що в двох незалежних випробуваннях ця випадкова величина один раз прийме значення з інтервалу (1; 3) і один раз інтервалу (3; 4).
- 4.24. Кількість пасажирів, які запізнюються на рейс, - нормально розподілена випадкова величина  $X$  з параметрами  $a = 5$  і  $s = 2$ . Складіть щільність розподілу ймовірностей випадкової величини  $X$  і обчисліть імовірності того, що на наступний рейс запізниться:
- а) не більше п'яти пасажирів;
  - б) від трьох до семи пасажирів.
- 4.25. Завод виготовляє кульки для підшипників, номінальний діаметр яких 10 мм, а фактичний діаметр – випадкова величина, розподілена за нормальним законом з параметрами  $a = 10$  мм і  $s = 0,4$  мм. При контролі бракуються всі кульки, які не проходять через круглий отвір з діаметром  $d_1 = 10,7$  мм і всі, які проходять через круглий отвір з діаметром  $d_2 = 9,3$  мм. Знайдіть процент кульок, які будуть забраковані.
- 4.26. Похибка при виготовленні деталі з заданою довжиною 20 см є випадкова величина, підпорядкована нормальному закону розподілу з параметром  $s = 0,2$  см. Знайдіть:
- а) імовірність того, що довжина виготовленої деталі буде відрізнятись від заданої менше ніж на 0,3 см;
  - б) похибку при виготовленні деталі, яка не буде перевищена з імовірністю 0,95.
- 4.27. Знайдіть імовірність влучення в смугу шириною 4 м, якщо прицілювання ведеться по середній лінії смуги, а похибки стрільби розподілені за нормальним законом з параметрами  $a = 0$  і  $s = 1,6$ .
- 4.28. Випадкові похибки вимірювань підпорядковані нормальному закону розподілу з параметрами  $a = 0$  і  $s = 1$  мм. Знайдіть імовірність того, що при двох незалежних вимірюваннях похибка принаймні одного з них не перевищить за абсолютною величиною 1,28 мм.
- 4.29. Довжина деталі, яку виготовляє верстат-автомат, є випадковою величиною, розподіленою за нормальним законом з параметрами  $a = 15$  см і  $s = 0,2$  см.
- а). Знайдіть процент браку, якщо допустимі розміри деталей дорівнюють  $15 \pm 0,4$  см.
  - б). Знайдіть точність довжини виготовленої деталі, яку можна гарантувати з імовірністю 0,97.
- 4.30. Діаметр виготовлених заводом виробів – нормально розподілена випадкова величина з параметрами  $a = 10$  см і  $s = 0,5$  см. Знайдіть симетричний відносно  $a$  інтервал, у якому з імовірністю 0,95 знаходяться діаметри виготовлених виробів.

## Задача 5

Задана випадкова величина  $X \in N(a, S)$ . Знайдіть ймовірність того, що ця випадкова величина приймає значення:

а) в інтервалі  $[c, b]$ ;

б) менше  $K$ ;

в) більше  $L$ ;

г) які відрізняються від свого середнього значення по абсолютній величині не більше, ніж на  $e$ .

Значення параметрів  $c, S, a, b, K, L, e$  обчислити за наступними формулами:

$$a = V, S = \text{залишок } (V/8) + 2, \sigma = \text{залишок } (V/5) + 1,$$

$$c = V - S, b = V + 2S, K = V - S, L = V + 2S, e = S/2.$$

$V$  – номер варіанта.

## §2. СИСТЕМА ДВОХ ДИСКРЕТНИХ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН

**Задача 6.** Закон розподілу системи двох дискретних випадкових величин  $(X; Y)$  заданий таблицею:

$X \backslash Y$	$k$	$k + 5$	$k + 10$	$k + 15$
$k$	$0,002(35 - k)$	$0,002(k + 40)$	$0,002(70 - k)$	$0,002(k + 20)$
$k + 2$	$0,002(k + 30)$	$0,002(55 - k)$	$0,002(k + 25)$	$0,002(40 - k)$
$k + 4$	$0,002(50 - k)$	$0,002(k + 5)$	$0,002(80 - k)$	$0,002(k + 50)$

де  $k$  – номер варіанта контрольної роботи.

1. Складіть закон розподілу системи, відповідний номеру вашого варіанта.
2. Знайдіть числові характеристики: математичне сподівання, дисперсію та середнє квадратичне відхилення складових  $X$  і  $Y$  системи.
3. Обчисліть кореляційний момент  $K_{xy}$  і коефіцієнт кореляції  $r_{xy}$ ;
4. Складіть умовні закони розподілу  $X|Y = k + 5$  і  $Y|X = k + 4$ ;
5. Обчисліть умовні математичні сподівання  $M(X|Y = k + 5)$  і  $M(Y|X = k + 4)$ .

## РОБОТА 3. ЕЛЕМЕНТИ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ

### Задача 1

В таблиці наведено дані про відсоток вільних місць у готелі, що спостерігався протягом 100 днів. Використовуючи ці дані:

- 1) побудуйте інтервальний варіаційний ряд з довжиною частинного інтервалу  $h = 4$ , гістограму вибірки та емпіричну функцію розподілу;
- 2) знайдіть вибірку середню, вибірку дисперсію та вибірку середньоквадратичне відхилення;
- 3) знайдіть моду і медіану вибірки;
- 4) знайдіть асиметрію та ексцес вибірки;
- 5) на рівні значимості  $\alpha = 0,05$  перевірте гіпотезу про нормальний розподіл генеральної сукупності;
- 6) якщо вибірка має нормальний розподіл, знайдіть довірчі інтервали, що з надійністю  $g = 0,95$  покривають генеральне математичне сподівання та середньоквадратичне відхилення.

### Задача 2

В таблиці вміщено результати спостережень за парою величин  $X$  та  $Y$ , де  $X$  – кількість кредитів виданих фізичним особам відділенням деякого банку протягом дня, а  $Y$  – кількість договорів страхування укладених в той же день регіональним відділенням однойменної страхової компанії. Тривалість спостереження 50 днів. За даною двовимірною вибіркою:

- 1) побудуйте кореляційну таблицю;
- 2) знайдіть вибірку коефіцієнт кореляції та вибірку рівняння прямої лінії регресії  $Y$  на  $X$ ;
- 3) на рівні значимості  $\alpha = 0,05$  перевірте гіпотезу про значимість вибірку коефіцієнта кореляції.

### Задача 3

Протягом робочого тижня фіксувалась кількість продукції виробленої за день чотирма виробничими лініями, на яких використовувались різні методики виробництва, позначені в таблиці як фактори  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  та  $F_4$ . Використовуючи отримані дані:

- 1) методом дисперсійного аналізу на рівні значимості  $\alpha = 0,05$  перевірте гіпотезу про рівність групових середніх (рівноцінність методик виробництва), вважаючи, що об'єми виробництва на лініях мають нормальні розподіли з однаковими дисперсіями;
- 2) на рівні значимості  $\alpha = 0,05$  перевірте гіпотезу про рівність дисперсій кількості денної продукції при використанні методик  $F_1$  і  $F_2$  при конкуруючій гіпотезі  $D(F_1) > D(F_2)$  або  $D(F_2) > D(F_1)$  (залежно від того, яка з вибірку дисперсій більша);
- 3) на рівні значимості  $\alpha = 0,05$  перевірте гіпотезу про рівність математичних сподівань кількості денної продукції при використанні методик  $F_1$  і  $F_2$  при конкуруючій гіпотезі  $M(F_1) \neq M(F_2)$ .



#### Задача 4

Протягом року щомісяця досліджено значення трьох величин:  $X$  – курс однієї з світових валют,  $Y$  – ціна на дизельне пальне,  $Z$  – індекс інфляції. Знайдіть за цими даними сукупний коефіцієнт кореляції та вибіркове рівняння зв'язку виду  $z = Ax + By + C$

#### Вихідні дані до задачі 1

№1.

22,54	17,52	22,51	14,62	21,57	19,74	22,17	38,07	21,35	17,78
31,32	34,52	8,80	33,59	11,51	9,40	17,36	20,39	27,77	20,13
7,82	21,79	25,31	29,03	36,55	16,51	23,25	11,29	0,00	35,61
17,91	5,77	7,27	24,05	26,64	13,77	36,76	27,36	33,67	26,35
10,59	30,94	11,47	21,75	19,08	13,32	6,78	25,13	27,79	20,06
30,31	21,53	18,67	4,07	13,43	31,73	20,45	19,47	32,09	24,08
22,30	16,97	25,71	15,96	13,27	28,64	7,53	17,92	16,75	19,43
27,78	28,00	14,70	11,09	16,41	12,17	28,34	22,70	26,64	31,62
21,66	26,98	35,71	7,17	17,71	23,97	19,82	23,85	28,07	24,08
18,11	18,31	34,25	13,14	18,64	10,99	18,41	3,60	32,99	12,69

№2.

27,75	22,74	25,18	30,79	22,69	12,67	0,00	15,40	13,24	5,14
20,89	24,62	14,47	13,29	29,64	24,27	19,42	21,25	22,64	29,90
32,75	22,82	17,72	23,23	12,55	27,55	20,52	15,88	30,89	22,62
17,42	27,04	36,16	22,43	30,91	11,56	30,48	24,25	22,17	21,97
2,77	25,83	19,07	6,35	7,83	20,57	29,94	10,80	34,50	24,30
23,01	38,90	18,87	23,44	13,97	21,61	16,95	22,15	20,18	39,10
22,98	24,42	8,52	23,05	24,43	10,06	17,78	38,48	24,98	29,53
19,84	37,17	24,45	28,59	17,77	21,55	22,60	13,27	26,29	23,60
7,20	16,19	23,43	26,81	14,18	19,91	29,21	24,97	8,04	24,68
27,47	13,14	25,41	13,60	33,75	3,72	16,39	28,45	0,00	32,56

№3.

9,80	8,70	22,28	12,08	19,15	25,75	14,81	3,52	17,59	14,20
29,04	4,19	21,39	13,45	8,04	3,37	7,30	13,09	7,67	15,19
5,49	0,00	22,13	32,54	13,39	11,93	13,76	13,55	16,33	15,82
26,32	13,54	15,70	5,83	34,12	13,73	38,28	8,31	30,93	10,57
19,08	29,35	22,74	19,02	5,80	7,08	23,77	31,20	16,46	11,16
25,41	16,95	6,43	9,82	23,46	24,08	16,65	12,92	14,99	18,78
34,57	10,71	37,04	14,56	27,33	6,78	9,16	30,23	26,87	23,98
31,66	23,47	16,83	23,00	12,03	25,71	23,97	25,42	33,47	10,41
19,47	13,59	11,13	3,42	11,37	10,03	20,80	11,44	22,69	4,37
9,67	12,42	36,13	19,00	2,32	16,21	23,52	9,65	18,83	31,22

№4.

2,39	24,62	9,00	22,12	19,21	35,91	20,23	16,06	26,29	10,49
28,45	4,00	18,79	12,43	21,40	10,64	7,08	39,35	13,72	17,52
37,27	13,83	26,85	10,42	23,75	15,99	29,82	36,84	19,58	16,57
23,43	32,27	21,46	4,91	11,71	25,93	23,42	16,16	18,15	25,04
10,02	24,69	23,17	29,69	27,36	18,42	23,43	25,25	16,79	5,29
22,46	19,68	18,46	15,66	34,02	9,22	26,90	17,89	13,08	9,14
13,64	25,72	14,99	24,67	14,59	12,16	24,20	22,65	25,73	20,46
27,22	2,72	17,13	0,53	30,21	28,17	25,86	17,26	12,00	29,07
17,73	17,70	15,21	19,37	8,12	22,28	11,39	6,49	11,29	21,75
16,80	27,21	32,87	0,00	32,67	30,00	7,92	20,03	12,48	34,06

№5.

8,21	14,66	9,70	37,37	25,81	16,89	8,44	24,39	2,77	15,93
33,05	11,47	3,41	33,32	37,17	28,06	26,19	24,06	23,69	11,43
23,16	37,29	34,41	10,02	8,44	1,37	9,07	26,19	34,96	19,40
12,46	30,40	38,40	37,43	21,40	37,18	9,59	13,71	38,22	9,52
18,87	1,07	26,39	0,50	9,56	21,68	29,96	7,14	25,67	18,77
17,73	4,01	4,06	14,07	38,60	9,58	10,84	16,27	17,08	38,03
18,00	0,00	19,46	2,21	34,22	24,68	8,88	6,23	37,92	6,74
11,14	8,49	31,80	15,32	20,54	31,50	36,35	16,14	0,54	7,57
16,08	2,32	0,43	26,21	34,02	13,61	31,63	0,44	33,74	0,93
6,06	0,52	0,29	28,82	22,10	35,15	24,51	7,68	7,88	30,83

№6.

19,15	19,08	15,25	33,81	15,08	38,59	26,86	6,79	25,50	26,68
25,89	26,61	18,59	8,44	22,65	11,17	14,77	15,56	19,08	22,42
10,42	22,90	28,64	26,14	20,65	21,44	25,48	29,55	14,96	18,13
23,52	24,35	18,02	21,08	14,33	21,83	16,38	19,35	13,73	19,07
26,39	24,61	15,94	23,64	33,23	10,79	27,87	12,12	30,24	19,34
23,88	17,58	8,19	20,99	14,21	20,37	3,63	19,92	24,78	18,72
32,05	16,48	19,68	38,55	33,44	6,90	22,32	15,07	26,95	16,39
22,42	12,55	18,82	12,62	20,68	34,30	15,40	9,27	17,61	20,71
22,89	24,92	31,61	23,05	12,44	28,23	27,69	26,96	20,59	22,97
18,71	0,00	29,96	24,30	20,89	14,73	19,40	19,59	12,12	20,87

№7.

39,12	23,12	32,06	35,74	24,23	5,19	16,92	16,00	21,55	17,11
24,28	31,87	19,80	12,84	17,01	19,68	22,85	14,61	20,17	17,50
16,56	24,96	21,83	39,84	18,39	20,83	12,64	14,04	11,82	15,30
15,28	31,94	11,88	16,78	10,26	19,05	25,81	32,81	18,55	28,04
23,78	15,99	5,83	8,89	5,47	3,34	16,06	20,18	16,12	24,63
11,37	16,10	5,45	19,71	7,22	18,66	17,71	17,76	29,46	15,88
17,29	26,38	25,90	18,86	2,64	11,32	9,87	18,73	21,52	15,19
34,16	11,26	7,17	20,55	24,71	18,60	25,48	22,35	27,84	12,78
15,89	20,43	17,49	13,09	27,09	0,00	26,80	6,20	18,91	16,55
14,68	4,35	15,93	39,37	29,01	7,46	21,77	19,84	21,29	15,97

№8.

24,27	15,15	28,56	24,31	16,91	18,70	23,96	24,78	19,67	18,58
33,54	23,24	21,29	23,28	20,24	26,77	13,76	19,24	18,68	22,68
25,97	17,04	24,83	26,60	31,84	10,79	21,20	35,05	21,07	21,92
27,47	24,37	22,39	24,23	20,90	20,12	24,98	16,63	29,52	18,92
21,58	17,20	21,30	23,41	27,67	33,89	15,78	18,33	8,06	22,21
16,68	26,54	25,66	25,38	18,28	23,58	27,31	20,58	20,75	16,61
25,37	21,81	30,87	15,34	27,18	26,42	13,31	5,15	31,81	29,70
29,04	34,91	16,57	20,23	15,86	28,62	20,84	22,74	0,00	19,74
21,47	19,37	30,91	14,65	18,97	11,97	39,05	36,20	14,04	24,27
16,22	20,68	17,67	20,51	20,47	16,74	32,83	25,11	14,98	19,05

№9.

24,36	16,15	38,67	18,57	11,78	21,04	13,41	26,11	24,33	30,30
14,37	19,18	30,61	7,96	15,79	33,10	34,22	8,01	14,01	11,95
29,25	24,57	16,35	17,79	21,86	23,24	19,61	19,03	4,29	30,48
3,89	15,65	31,86	10,23	23,94	24,53	10,80	11,63	36,10	13,24
25,25	21,02	20,13	29,48	15,93	27,38	19,74	23,86	13,03	21,78
19,65	18,72	25,17	14,18	12,48	11,72	27,06	10,38	31,61	20,74
10,67	18,75	31,96	17,18	19,41	19,35	14,94	7,04	14,81	23,22
12,36	9,00	17,35	34,86	27,08	11,37	25,96	21,65	5,03	24,93
23,73	25,28	23,85	31,12	25,98	24,24	37,52	34,02	25,12	32,42
17,25	22,87	37,04	0,00	17,48	29,16	15,34	21,81	29,95	19,00

№10.

31,11	24,86	38,73	10,27	14,83	27,11	28,19	36,40	21,10	12,97
35,83	33,34	4,85	12,89	32,10	34,49	10,92	22,07	15,87	20,26
14,01	34,19	25,50	5,77	26,46	25,22	9,82	3,12	30,37	20,95
14,13	19,73	37,42	6,84	7,63	35,38	25,80	18,17	39,51	6,71
7,51	20,15	2,60	26,04	12,77	27,90	37,45	4,80	25,22	30,35
35,33	26,33	19,75	8,34	27,14	34,23	1,12	14,32	29,32	35,54
20,80	27,73	8,66	24,91	22,65	21,32	17,93	13,20	30,46	30,00
28,00	31,52	0,89	8,04	3,11	38,66	17,43	19,41	38,04	13,80
26,00	6,40	25,36	22,03	31,59	12,03	29,54	26,45	26,09	14,99
38,90	6,98	14,72	25,03	0,00	17,39	22,42	35,01	9,85	13,30

№11.

23,35	9,97	38,17	15,42	27,75	15,50	29,87	10,44	15,37	11,13
13,34	17,54	24,14	19,70	9,35	31,82	5,68	22,36	1,92	8,76
20,55	11,46	23,65	25,47	14,03	9,62	15,91	28,28	15,56	26,61
30,34	0,00	22,28	9,04	17,96	27,09	12,48	4,15	15,62	20,61
17,07	14,66	30,83	37,08	11,05	11,11	19,86	17,80	7,94	22,29
16,62	9,21	13,17	16,34	13,64	21,06	26,25	24,38	20,75	22,82
28,58	15,03	23,64	18,16	6,01	32,40	18,65	18,42	22,66	21,51
27,48	24,09	18,70	7,72	20,16	19,79	20,78	25,31	13,09	18,22
21,26	20,11	21,22	3,32	23,44	30,42	18,79	8,94	16,49	20,83
21,22	18,96	20,89	6,55	21,12	20,01	8,67	16,16	28,34	20,22

№12.

19,78	24,22	13,35	18,12	20,98	19,56	20,95	22,94	17,97	31,40
13,76	23,97	12,42	16,93	13,85	29,04	17,24	12,47	13,23	20,41
17,71	23,68	18,34	21,56	19,76	38,44	12,95	21,06	30,71	26,70
22,76	18,41	5,50	16,62	19,35	17,31	25,27	14,45	20,54	20,93
22,36	17,73	15,92	23,63	15,38	17,28	18,86	18,38	25,28	14,69
25,28	17,32	11,01	20,86	36,36	24,46	21,44	27,90	20,43	22,45
15,64	12,74	17,89	27,84	8,97	0,00	11,07	24,50	21,98	23,28
11,44	25,69	22,20	23,80	21,19	17,84	15,72	21,93	24,30	15,78
8,62	15,05	23,24	29,31	13,66	13,19	29,54	27,60	24,67	33,40
7,53	8,10	9,99	24,94	27,03	27,50	18,85	15,11	33,32	30,17

№13.

30,23	35,79	13,49	17,96	29,78	13,49	6,23	17,57	18,95	21,45
25,00	31,12	11,22	18,86	21,29	12,82	28,15	20,58	32,16	20,39
12,31	18,78	18,32	16,06	17,41	34,23	15,46	25,75	12,48	20,04
5,01	22,18	10,86	23,03	27,78	21,01	11,34	2,59	9,70	20,90
23,84	9,25	17,29	8,71	11,70	19,54	28,70	22,68	5,52	26,02
24,89	28,36	10,91	13,85	23,82	13,34	17,00	25,44	12,44	21,79
21,92	11,88	22,62	14,60	25,11	13,20	0,00	12,69	7,73	29,77
10,27	14,46	22,74	31,54	25,75	39,36	23,13	5,33	13,78	23,18
21,93	24,76	23,73	19,97	6,99	8,38	18,60	11,17	7,55	19,82
5,33	31,43	23,00	27,89	11,52	28,32	17,65	26,82	21,11	23,59

№14.

14,60	6,55	12,99	21,51	13,30	7,43	26,46	7,62	5,49	19,65
18,40	32,41	15,06	23,20	17,37	24,86	14,01	30,49	11,77	9,69
13,21	14,23	4,63	7,52	7,93	17,17	20,07	18,05	23,47	9,12
15,55	22,49	11,87	12,81	11,12	0,00	8,63	4,76	4,47	4,40
9,38	21,45	15,39	10,80	17,03	16,00	12,69	16,21	17,32	22,78
19,14	20,82	13,37	0,36	13,22	14,49	19,74	20,46	21,33	17,11
16,79	15,09	20,57	17,64	13,12	22,38	21,97	8,83	21,60	30,09
8,34	4,75	26,28	0,75	14,64	17,12	8,59	9,75	13,69	1,85
28,60	26,17	13,48	16,47	16,03	10,95	15,00	18,14	8,97	14,20
9,79	21,90	16,96	20,53	10,96	14,33	17,39	22,30	14,00	39,11

№15.

13,79	22,14	20,91	16,98	29,13	27,75	25,65	23,12	14,01	7,21
20,33	17,20	21,06	20,35	18,38	18,96	24,15	7,33	23,12	20,46
22,37	8,04	18,81	11,05	18,51	23,19	29,71	38,93	21,79	17,11
22,89	22,94	33,76	19,98	28,21	22,48	6,77	22,01	16,72	21,77
17,56	26,42	25,58	33,68	21,80	32,17	21,38	20,61	21,66	20,79
27,52	25,00	20,55	18,71	8,01	27,04	6,64	4,76	12,75	24,85
23,97	13,37	27,22	24,07	18,55	7,39	22,71	7,65	21,60	18,66
28,14	25,86	30,15	13,93	11,13	17,44	21,46	18,82	24,74	20,24
22,25	20,88	20,43	14,79	22,72	23,31	19,78	17,17	14,69	26,79
22,40	18,16	27,98	0,00	21,96	20,93	17,75	20,45	18,19	17,91

№16.

14,66	13,43	8,69	17,06	5,79	35,81	23,98	15,17	21,58	16,07
17,84	19,31	17,13	25,56	19,92	15,47	12,17	17,45	8,65	11,36
31,12	16,85	28,70	23,18	17,37	21,97	20,44	23,96	2,88	16,96
16,64	7,68	18,41	22,46	13,44	24,80	16,32	10,68	5,37	22,95
22,99	24,58	7,52	5,31	15,74	24,23	2,28	23,71	24,88	19,99
19,35	3,90	26,44	10,73	27,99	14,43	30,11	12,28	19,74	21,71
15,50	14,71	24,35	21,11	20,11	15,56	15,41	20,71	0,00	21,08
15,59	21,43	15,35	33,66	15,26	6,89	28,60	8,30	14,67	29,29
1,83	19,31	37,61	28,74	17,87	12,67	16,50	15,73	38,92	22,08
14,33	10,75	13,93	24,59	8,76	21,90	31,87	16,63	19,25	33,06

№17.

24,68	33,48	30,68	29,70	20,83	38,44	5,72	25,39	23,01	18,53
18,16	19,71	23,70	13,68	22,06	21,61	22,65	20,80	22,44	8,84
10,53	24,82	7,52	30,07	15,11	2,32	13,70	17,33	11,09	3,05
15,07	31,39	28,37	20,59	18,05	16,59	30,10	8,20	25,88	30,77
20,88	22,79	10,77	17,49	8,41	15,53	8,03	17,79	26,27	13,24
26,61	27,31	20,70	33,95	20,07	23,90	26,84	9,38	9,13	16,36
17,01	36,01	22,45	4,83	16,17	27,80	18,01	13,98	27,78	17,37
35,13	10,85	10,97	21,95	22,31	25,66	25,43	14,30	8,70	18,21
8,51	37,20	18,64	35,61	18,81	19,71	20,19	18,82	29,60	23,80
6,06	0,00	15,01	25,85	26,49	3,19	35,78	15,21	5,81	23,87

№18.

18,92	14,14	5,66	24,90	22,64	2,06	20,71	10,20	7,35	29,18
8,75	8,70	12,99	17,96	15,24	21,42	12,05	24,07	15,83	19,57
15,66	13,94	12,75	9,94	13,51	26,87	14,82	10,27	21,44	16,92
22,35	17,87	23,27	23,62	13,38	0,00	14,03	21,42	18,31	4,78
19,69	10,37	26,21	18,47	2,36	15,58	25,96	17,46	15,50	38,23
9,25	15,37	27,35	10,71	12,65	10,22	11,34	12,60	24,68	21,22
29,33	29,37	24,08	17,96	5,46	16,22	17,76	13,82	25,33	17,87
22,90	12,92	14,79	6,55	22,33	13,94	0,72	10,39	9,04	25,32
16,38	11,33	22,07	6,64	35,76	9,09	11,44	6,23	11,99	7,83
7,40	14,06	18,45	22,34	11,32	8,91	10,44	11,42	15,19	2,39

№19.

25,27	12,93	18,17	24,72	24,32	23,29	16,01	25,11	18,00	19,85
6,14	22,25	30,07	23,03	4,40	37,63	24,76	12,52	22,76	10,90
28,70	21,42	21,50	22,29	16,10	26,90	8,88	24,33	0,60	26,23
12,42	21,56	12,77	15,14	13,99	18,30	13,62	11,01	7,28	32,28
23,25	16,49	11,81	32,59	17,85	17,22	32,18	16,19	22,03	16,97
15,92	27,26	16,16	22,10	31,04	21,33	12,43	15,34	22,69	19,30
14,12	26,51	18,30	4,44	23,39	15,14	31,75	20,38	39,82	20,55
23,95	28,30	30,91	11,59	16,77	32,12	30,52	0,00	16,28	25,02
10,31	30,52	21,43	21,49	10,79	20,14	16,80	24,07	16,57	17,17
30,07	30,68	21,29	15,18	34,89	21,39	13,78	26,68	10,14	29,53

№20.

10,70	15,97	20,57	13,57	18,54	12,89	22,64	18,00	21,29	11,28
11,51	23,08	21,32	17,77	17,16	23,68	24,13	11,53	15,95	1,38
15,92	12,33	9,52	4,62	13,67	36,90	11,30	7,58	10,35	10,86
15,35	15,81	10,12	17,98	7,77	5,11	11,51	31,14	21,79	7,67
28,35	9,83	21,14	19,62	17,21	10,45	14,24	5,55	20,71	39,44
18,74	25,31	17,47	7,93	20,68	20,95	24,25	14,24	14,82	12,38
14,67	22,45	30,93	14,33	4,99	11,39	9,39	20,76	6,69	9,09
14,59	9,88	18,94	4,72	7,92	14,47	18,27	15,56	0,00	5,83
10,85	11,61	16,80	14,45	9,16	20,49	8,45	7,00	6,21	13,73
12,05	20,15	9,11	18,66	19,89	23,18	21,64	11,99	9,80	32,43

№21.

20,44	21,11	15,24	22,70	11,94	5,91	19,68	15,61	19,75	22,98
20,89	24,99	26,50	26,08	7,00	16,79	21,60	18,44	19,94	38,47
19,21	18,65	22,06	14,26	3,11	18,69	29,11	29,88	16,63	20,39
21,63	16,66	19,75	22,23	19,69	15,67	15,76	14,39	24,30	22,17
19,59	12,76	29,21	8,39	19,46	12,26	8,12	14,57	9,73	18,95
19,93	8,75	27,97	19,95	4,38	31,40	33,43	27,19	0,00	13,25
28,14	17,96	20,51	25,20	10,24	16,10	31,00	25,96	29,72	17,26
19,27	5,07	21,26	20,18	23,01	17,03	16,98	12,54	25,14	30,33
16,22	23,25	14,21	23,37	15,84	27,68	13,43	13,01	21,41	16,05
27,96	16,62	33,72	24,96	23,83	24,88	21,82	16,46	6,07	22,40

№22.

23,71	11,14	13,94	3,62	16,32	2,32	38,21	24,89	16,59	14,80
15,97	16,79	13,29	22,14	22,06	28,59	10,04	14,08	16,49	27,48
18,52	17,73	12,40	25,15	27,01	12,00	7,22	14,33	21,38	11,57
19,24	6,67	15,30	8,76	18,30	34,39	34,32	15,82	31,75	5,21
7,73	18,60	17,97	16,54	26,04	17,83	24,35	8,71	12,20	7,17
23,61	21,52	11,47	24,32	20,08	15,15	8,66	18,86	19,73	26,21
6,65	32,99	22,47	11,57	10,83	28,22	15,43	22,77	34,94	28,88
4,62	25,45	2,06	21,53	23,03	18,83	27,14	22,62	21,99	17,98
0,00	1,14	20,96	19,09	27,35	13,26	19,70	21,88	24,48	17,08
24,84	8,29	8,28	9,57	23,60	16,49	11,74	11,45	22,82	34,95

№23.

12,76	28,65	11,22	23,99	17,11	30,83	6,43	17,51	19,28	29,20
2,29	23,46	17,68	13,36	19,68	14,99	8,18	33,57	22,67	24,80
21,89	27,69	26,33	13,47	38,82	12,36	31,91	33,57	28,15	36,76
28,42	25,96	8,47	26,70	22,56	8,01	37,12	19,96	14,34	32,84
26,80	24,94	2,79	33,28	21,80	10,87	13,08	31,37	20,79	22,01
29,13	26,57	35,36	25,40	21,60	13,11	14,87	23,72	18,75	15,96
26,69	22,16	19,31	19,08	9,99	0,00	12,44	32,43	23,12	27,82
12,81	22,22	27,66	35,30	16,58	23,87	7,79	19,78	36,42	17,14
11,36	20,01	23,22	28,83	21,97	32,24	18,29	9,90	24,61	23,20
35,05	6,39	9,01	18,61	18,03	28,88	31,28	16,82	16,00	31,26

№24.

25,10	9,24	19,45	16,10	22,04	30,44	10,50	22,73	15,26	28,73
20,43	0,00	22,31	16,26	18,00	26,38	17,85	20,69	31,02	11,79
19,52	10,30	16,85	15,69	24,40	17,31	12,18	30,45	27,04	16,57
19,55	12,45	26,28	26,81	17,47	20,54	20,41	12,20	29,08	7,56
10,92	24,30	20,86	8,90	19,80	23,40	27,41	18,93	10,47	29,88
32,27	30,67	20,18	14,52	30,44	19,40	16,19	16,04	31,96	35,51
15,82	21,95	24,66	21,91	25,69	27,26	20,07	15,78	19,11	21,78
24,67	25,16	22,96	36,56	26,07	16,37	29,06	19,07	21,91	16,23
31,96	24,28	28,50	27,50	15,48	23,76	28,49	29,12	15,95	17,35
26,07	25,45	33,65	38,95	36,35	17,24	27,06	17,02	8,31	20,73



№25.

2,43	7,76	4,89	18,96	3,65	4,92	1,33	4,28	1,14	30,84
10,19	18,60	2,46	1,27	26,01	5,11	22,89	6,79	14,37	4,60
15,51	12,73	28,52	38,67	2,06	11,04	1,42	26,38	17,50	0,24
12,57	12,25	25,98	0,98	3,55	7,26	4,94	3,59	8,14	5,32
13,20	16,43	6,33	0,02	3,16	25,49	14,02	11,26	14,90	2,12
13,77	4,58	4,51	0,00	5,38	5,88	23,32	9,51	0,35	3,53
7,78	3,21	23,76	13,21	3,60	6,36	10,75	5,23	7,84	16,18
6,49	0,37	7,26	33,76	5,74	15,90	10,49	3,68	8,34	20,49
4,00	14,37	2,87	14,60	14,56	24,21	7,12	11,63	9,14	0,97
3,18	2,14	5,40	4,76	14,44	4,23	3,50	22,44	10,86	3,64

№26.

15,95	29,18	21,56	14,79	18,68	11,37	17,26	20,02	25,00	13,48
14,43	16,53	18,73	23,94	22,28	25,01	19,13	14,68	18,33	38,52
9,04	22,97	26,11	28,98	20,54	14,38	21,20	21,26	18,21	16,47
8,22	22,09	17,06	18,30	21,83	15,06	13,84	14,90	16,73	8,65
21,76	15,71	16,82	31,60	23,89	18,73	1,81	27,80	17,37	26,88
11,56	6,83	13,59	14,56	26,09	19,69	16,68	24,97	19,18	28,99
9,91	15,91	23,09	15,55	17,69	25,04	25,91	18,37	10,71	15,10
15,95	19,64	21,47	16,78	20,72	23,63	21,74	19,82	21,48	16,22
15,66	24,29	25,77	11,47	21,17	32,81	20,47	29,19	15,98	0,00
21,01	20,71	10,90	23,04	26,03	24,97	28,85	13,30	24,78	7,63

№27.

24,36	14,05	7,78	24,04	22,71	22,00	23,43	12,79	23,59	20,10
17,40	12,31	23,98	19,70	24,09	39,29	18,43	23,60	11,26	0,00
16,33	24,26	16,62	10,19	0,53	19,19	17,37	17,63	15,18	20,16
24,94	28,27	24,95	18,67	30,23	22,40	20,63	24,24	24,06	24,28
17,30	19,55	10,31	23,42	23,12	21,96	17,86	20,40	14,66	33,16
18,06	17,97	13,62	14,46	24,47	37,43	12,02	7,14	16,96	20,97
8,55	34,43	21,77	12,14	15,54	6,92	14,19	25,31	22,32	23,07
20,45	19,17	10,19	20,58	31,04	31,40	22,87	21,65	17,12	11,96
11,94	23,45	27,02	17,57	20,11	19,40	19,15	31,70	16,17	29,26
19,32	26,24	19,39	34,11	22,96	21,46	19,91	25,95	25,68	29,57

№28.

14,25	12,07	21,33	3,22	18,57	21,58	39,44	20,09	15,38	11,55
17,42	21,51	13,10	17,72	8,07	15,02	5,78	17,73	17,59	24,09
25,73	27,94	11,64	23,18	18,30	19,63	19,14	23,79	14,11	32,13
16,77	19,44	12,71	14,96	29,54	15,19	20,14	22,32	19,79	23,41
15,33	21,38	18,88	13,09	23,61	28,47	15,58	12,77	18,46	30,80
32,36	13,74	9,93	18,97	17,83	23,69	18,40	16,18	21,98	9,28
22,10	1,83	19,33	12,55	34,61	9,04	19,13	25,43	36,89	5,81
8,78	7,78	5,02	10,63	7,71	24,20	25,75	3,77	28,57	10,03
15,72	15,33	19,41	19,43	13,69	15,25	14,09	18,18	22,71	6,25
20,00	15,89	25,26	8,71	4,80	0,00	11,21	21,79	11,08	28,55

№29.

6,28	12,24	15,46	29,71	20,12	15,79	30,64	25,69	21,34	19,18
16,73	18,23	18,00	8,00	18,30	8,54	24,94	8,86	10,56	10,41
3,91	11,49	17,98	20,81	33,50	11,67	27,59	32,43	14,80	6,10
16,49	15,86	16,41	22,88	12,18	10,96	9,09	21,87	8,49	7,05
31,16	20,91	23,51	35,77	28,60	13,98	21,79	18,41	34,01	25,98
31,53	19,22	26,96	21,80	5,56	27,45	27,83	25,83	28,21	24,07
20,32	21,30	23,43	14,01	20,34	17,13	26,75	16,69	15,65	28,79
16,22	32,04	6,15	23,51	38,45	22,74	18,48	19,05	6,46	15,60
20,48	29,93	16,70	24,18	13,64	21,37	5,86	8,10	7,63	16,74
23,45	26,81	6,41	8,20	34,89	0,00	13,95	24,09	22,94	15,67

№30.

10,83	22,24	11,04	11,42	18,83	12,60	13,00	32,94	5,95	3,04
20,03	8,96	18,31	2,84	28,43	12,90	14,25	12,49	3,90	5,70
7,00	10,92	3,44	6,87	28,00	10,28	7,95	21,74	10,56	13,06
39,98	0,00	7,61	26,57	8,37	5,68	9,59	22,36	20,19	7,84
20,14	18,31	19,49	8,93	9,45	11,32	4,81	18,65	6,34	3,04
15,30	35,94	11,38	11,11	5,98	9,45	16,02	10,64	16,72	16,75
15,28	7,96	20,09	12,46	11,31	5,30	6,30	10,06	2,23	4,66
15,12	10,67	18,09	21,75	22,99	6,79	11,94	26,30	14,16	13,45
11,55	23,96	11,74	15,11	9,37	22,89	21,18	14,21	15,68	7,67
7,01	20,35	27,63	24,02	1,86	11,90	11,66	15,02	8,97	21,19

## Вихідні дані до задачі №2

№1.

X	Y
2	7
4	9
2	7
3	8
3	8
3	8
2	7
2	7
3	8
4	8
4	8
4	8
3	7
3	7
4	7
2	7
3	7
3	7
4	8
4	8
2	8
3	7
3	7
2	8
3	8
3	8
4	8
1	6
4	8
3	8
4	8
2	8
2	6
2	8
4	7
4	8
2	7
3	8
3	8
2	7
2	6
3	8
3	8
2	8
4	8
2	7
3	7
3	7
4	7
4	7

№2.

X	Y
5	7
6	5
7	5
4	7
4	8
5	7
7	5
6	6
6	6
4	7
6	6
6	7
6	6
5	7
7	5
6	6
6	6
4	8
5	6
5	8
6	5
5	7
5	6
5	7
4	7
4	7
5	6
6	6
6	5
5	7
4	7
6	6
7	6
5	6
5	5
6	5
6	5
4	6
6	7
5	6
6	5
5	7
6	6
5	7
7	5
6	6
6	6
6	6
6	6
5	6

№3.

X	Y
1	15
2	15
2	15
1	14
3	16
2	14
2	13
2	14
1	13
1	14
1	14
2	14
3	15
2	14
2	14
1	14
3	15
1	15
3	15
2	14
2	13
2	15
1	14
2	15
1	14
3	16
1	14
0	14
2	14
1	15
1	15
3	15
2	16
2	15
1	15
3	15
3	15
3	14
3	16
2	15
1	15
2	15
3	15
1	15
2	14
2	15
1	14
3	15
1	14

№4.

X	Y
8	23
10	26
8	24
10	25
9	24
8	24
8	23
8	23
8	23
8	23
11	26
10	25
10	25
9	24
9	24
9	24
9	24
8	22
8	22
10	26
10	26
9	23
9	25
10	25
8	22
9	24
8	23
8	22
8	24
10	25
9	24
10	25
8	23
8	23
10	25
9	25
9	24
9	24
9	24
8	23
8	23
10	25
9	25
9	24
8	23
9	25
10	25
9	24
9	24
8	23
8	23
10	25
9	24
9	24
8	22
9	23

№5.

X	Y
9	16
10	16
10	17
9	15
9	15
10	17
9	16
11	17
10	17
9	17
9	15
9	16
9	15
10	16
10	16
12	18
10	17
10	16
10	17
12	18
11	17
10	17
9	16
10	16
10	16
10	17
10	17
9	17
9	16
9	16
11	18
10	16
10	16
10	17
10	16
10	16
11	18
12	18
10	16
11	17
9	15
9	16
10	16
10	16
10	16
9	15
9	16
10	16
10	16
9	16
10	17
9	16
11	18

№6.

X	Y
5	9
5	9
5	10
5	9
5	9
4	11
4	10
3	9
5	10
5	10
6	9
6	10
5	11
4	10
4	10
6	9
4	10
5	10
3	10
5	9
4	10
4	9
3	9
4	9
5	10
5	10
4	9
5	10
4	10
4	9
5	9
5	11
4	10
3	10
3	10
4	11
5	11
5	10
5	9
5	10
4	10
6	10
4	11
6	10
3	10
5	9

№7.

X	Y
3	13
1	15
2	13
1	14
3	12
3	13
3	14
3	13
3	13
1	14
2	14
3	13
4	12
2	14
2	13
3	12
2	13
3	13
3	13
1	13
2	13
3	13
3	13
1	14
2	13
2	14
3	13
3	13
2	15
1	15
4	12
3	13
1	14
2	13
2	13
3	13
3	13
3	13
3	14
2	13
2	13
3	13
2	14
2	14
2	13
1	13
3	13
4	12
2	14
3	14
2	13

№8.

X	Y
9	15
8	15
7	13
10	16
10	15
9	16
9	15
9	16
8	14
7	14
8	15
9	15
8	15
9	15
7	15
8	15
9	14
8	15
9	15
8	15
7	14
9	16
8	15
7	14
9	15
8	14
8	15
9	15
8	15
9	15
8	15
9	15
9	15
8	14
9	16
8	14
8	15
8	14
9	16
10	15
9	15
7	13

№9.

X	Y
3	14
3	14
2	13
2	13
2	13
4	15
3	15
3	13
3	14
4	14
2	13
2	14
3	14
2	15
1	13
2	13
1	13
4	15
3	13
2	14
3	15
4	15
2	14
4	14
4	14
1	13
3	15
1	13
2	13
3	14
1	13
3	13
3	13
2	13
4	14
3	14
4	14
2	14
4	16
1	14
3	14
2	13
4	14

№10.

X	Y
10	17
9	17
9	17
9	16
10	18
9	17
9	17
9	16
10	17
9	18
11	18
9	16
9	17
8	15
9	17
9	17
9	15
10	18
10	18
10	17
8	16
10	18
9	17
9	16
9	17
8	16
9	16
9	17
8	16
8	16
9	17
10	18
9	16
8	16
9	16
10	18
10	18
10	17
8	16
10	17
10	17
9	16
9	17

№11.

X	Y
2	8
2	8
2	7
1	7
2	7
1	8
2	8
2	7
3	9
1	8
2	8
1	8
4	8
1	7
3	8
1	8
4	7
3	7
2	8
3	7
4	7
1	9
3	8
3	8
3	8
4	8
3	7
3	8
3	8
3	8
1	8
4	8
4	8
4	8
3	8
3	8
2	7
4	7
2	9
3	8
2	8
2	9
2	8
4	7
2	7
2	8
4	7
4	7
2	8
3	8

№12.

X	Y
9	13
11	13
10	12
10	13
9	12
10	12
9	12
9	12
11	13
8	11
9	12
9	12
10	13
9	12
9	12
10	13
11	13
9	12
9	12
10	13
9	12
10	12
8	11
9	12
10	13
11	13
10	12
11	14
10	13
11	13
10	12
11	14
9	11
8	11
8	12
11	12
11	13
8	11
9	12
10	12
9	12
10	13
9	13

№13.

X	Y
7	18
8	19
7	18
8	18
8	19
7	18
7	18
9	19
8	18
9	19
7	18
8	19
7	18
8	18
7	18
8	18
8	19
8	18
7	18
8	19
8	19
8	19
7	18
8	19
8	19
8	19
7	18
8	19
8	18
8	19
9	19
9	20
7	18
7	18
8	18
7	17
6	17
9	19
8	18
7	18
8	18
8	19
7	18
8	18
9	19
7	18
8	19
7	18
9	18
9	19
7	17

№14.

X	Y
8	15
8	16
5	13
5	13
7	15
7	15
8	15
7	15
7	15
6	14
6	14
6	14
7	15
5	13
8	15
6	14
7	15
8	15
7	15
6	14
6	14
7	15
5	14
6	14
6	14
5	13
7	15
5	14
7	15
6	14
5	13
7	15
6	14
5	13
6	14
5	14
6	14
6	14
5	13
7	15
6	14
5	13
6	14
5	13
6	14
7	15
6	14
5	13
6	14
7	15
6	14
6	14
8	17
6	14
7	14
6	14

№15.

X	Y
3	8
4	9
3	9
2	8
3	10
3	8
4	9
3	9
5	10
5	10
4	9
5	10
4	10
4	10
4	9
4	9
3	9
3	8
3	8
4	10
4	10
5	11
5	10
4	9
4	10
5	10
4	9
4	9
3	9
3	9
4	9
5	11
4	9
3	8
3	9
5	10
5	10
4	9
4	9
2	8
5	10
4	9
5	9
3	8
2	8
3	8
4	9
4	10
3	8
4	10
3	8
3	9

№16.

X	Y
7	14
9	14
9	15
8	14
8	13
9	14
7	13
9	15
9	14
8	13
10	13
7	14
8	14
8	14
9	14
10	13
8	14
8	14
8	14
8	13
10	14
9	13
9	14
9	14
7	13
8	13
8	14
8	13
7	14
9	15
9	13
8	14
8	13
8	13
10	14
9	14
8	13
7	14
7	14
7	13
7	14
8	14
9	14
7	13
8	15
10	13
8	13
8	13

№17.

X	Y
7	10
8	11
9	9
8	10
9	11
9	10
9	11
8	9
9	11
8	10
8	10
9	12
8	12
8	10
8	11
9	11
8	11
8	11
9	10
8	10
7	10
10	10
7	11
10	10
9	11
7	10
7	11
8	10
8	10
8	11
7	10
8	10
7	11
9	11
9	11
8	11
9	10
8	11
9	10
9	10
9	11
9	11
8	10
7	10
7	11

№18.

X	Y
2	7
1	6
1	7
3	9
0	5
0	6
1	7
1	7
1	7
1	7
3	9
2	8
2	7
3	8
1	6
0	6
1	8
1	7
1	6
2	8
0	6
1	7
1	7
2	7
1	6
2	8
1	6
3	8
3	7
1	6
3	8
0	6
3	8
1	7
1	7
3	8
2	7
1	7
1	7
0	6
2	7
1	7
1	7
2	7
3	8
1	7
1	6

№19.

X	Y
2	7
0	6
1	7
2	8
3	8
3	8
3	8
3	8
1	7
2	8
1	7
2	8
2	7
2	8
2	8
3	9
2	7
2	7
2	6
3	7
2	7
1	8
2	8
2	7
1	7
3	8
1	8
3	8
2	7
3	9
2	7
1	8
2	6
1	7
2	7
2	7
2	6
2	7
1	6
2	6
2	7
3	8
3	8
3	7
2	8
2	7
1	8
0	7
2	7
3	8

№20.

X	Y
2	10
4	10
4	10
2	9
3	10
3	10
4	8
2	9
4	11
3	9
3	9
2	10
3	9
3	9
3	10
2	10
5	10
3	9
4	11
2	9
3	10
3	11
3	9
3	9
4	10
4	10
3	10
2	9
4	10
3	10
3	9
2	9
3	10
2	10
4	10
4	10
4	9
2	9
5	9
2	9
4	10
2	9
4	9
4	10
2	10
3	10
3	10
2	9

№21.

X	Y
4	9
5	10
5	10
6	10
6	10
6	10
5	10
6	11
7	12
7	11
5	9
7	11
5	10
5	10
4	9
7	11
6	10
6	10
7	12
7	11
5	10
7	12
6	11
5	10
5	9
6	11
6	10
4	9
4	9
5	11
4	9
7	12
7	12
7	12
5	9
5	10
6	12
5	10
5	9
5	10
6	11
7	11
6	11
4	9
7	11

№22.

X	Y
9	7
10	6
9	5
9	7
11	8
9	7
10	7
10	6
10	7
9	7
9	7
9	7
9	7
10	7
9	7
8	8
10	7
9	7
10	7
9	7
11	8
11	7
10	8
9	7
11	7
9	7
8	7
10	7
10	7
9	6
10	8
11	7
10	7
9	6
10	6
10	7
9	7
11	7
9	7
11	6
10	7
10	6
10	6
9	7
9	7
10	6
8	7
11	7
10	7
10	8
10	7

№23.

X	Y
9	14
10	14
9	12
9	15
11	15
9	13
10	14
11	15
9	13
9	14
9	14
10	14
11	14
10	15
10	14
11	14
9	13
10	14
11	15
12	15
8	13
10	14
11	15
11	14
12	15
11	15
10	13
9	14
10	14
10	14
11	15
9	13
9	13
9	14
11	15
10	15
10	15
11	15
9	13
8	13
11	14
9	14
12	15
9	14
10	14
11	15
10	14
11	15
10	14
11	15
11	14

№24.

X	Y
6	13
8	15
9	15
8	14
7	14
8	15
8	16
7	15
8	15
7	14
8	15
7	14
8	15
9	15
9	15
8	14
6	13
7	14
9	16
7	15
8	15
8	15
8	15
9	15
6	14
8	15
7	14
9	15
7	15
9	15
8	14
8	15
9	14
8	15
9	15
9	15
8	14
9	15
7	14
8	15
9	16
7	14
8	15
8	15
8	15
8	14
8	15
8	15

№25.

X	Y
5	4
5	4
3	5
5	4
4	4
5	4
4	5
4	5
4	5
5	4
5	4
4	4
4	4
4	4
4	5
3	6
5	4
5	4
4	5
4	5
4	5
4	4
4	4
3	4
5	3
5	4
4	4
4	5
6	3
6	3
5	5
4	5
3	5
5	5
4	4
5	4
4	3
3	5
6	4
3	5
4	5
3	5
6	4
4	4
4	4
4	6
5	4
4	4
4	5
4	4
5	4
6	4

№26.

X	Y
3	9
3	7
4	9
2	8
3	8
2	7
1	7
3	8
2	7
2	7
2	7
3	8
2	7
2	7
2	8
2	7
4	9
2	8
3	7
2	7
3	9
3	7
2	8
2	7
3	8
3	8
3	8
3	8
3	9
2	8
2	8
2	8
2	7
2	8
2	7
2	8
1	6
3	8
2	7
2	8
2	8
1	7
3	8
2	7
2	7
3	8
1	7
2	8

№27.

X	Y
6	2
5	3
4	3
6	3
5	3
6	3
5	2
6	3
5	2
7	3
7	3
6	3
7	3
5	3
7	2
6	2
4	2
5	3
6	1
5	2
5	2
7	3
4	3
6	3
4	3
7	3
6	3
5	3
6	3
5	4
6	3
5	4
5	2
6	3
4	3
5	3
7	2
5	3
6	2
5	3
6	4
6	2
7	2
5	4
4	4
5	2
6	3
6	3
6	3
7	3

№28.

X	Y
7	17
8	17
8	17
7	16
9	18
9	18
8	17
8	17
8	16
7	16
7	17
7	17
6	16
9	17
7	16
8	17
8	17
8	17
8	17
6	15
8	16
7	16
8	17
9	17
7	16
7	15
9	18
6	16
7	16
7	16
7	16
8	16
6	15
8	18
8	18
8	17
8	17
7	16
7	15
9	17
7	16
6	16
9	18
9	18
8	17
8	16
7	16
7	16
8	17
7	16

№29.

X	Y
2	11
2	11
0	11
2	11
2	11
2	11
3	12
3	12
3	12
2	11
1	11
2	12
1	11
1	10
3	12
2	11
2	11
2	12
2	11
2	11
3	12
3	11
3	11
2	10
2	11
1	12
1	10
3	12
1	11
1	11
1	12
1	11
2	12
2	12
2	12
1	11
1	10
1	11
3	12
3	12
1	11
3	12
3	12
0	10
1	11
1	10
2	12
2	11
2	12

№30.

X	Y
8	17
6	17
8	18
7	18
6	16
8	17
6	17
6	16
6	16
8	19
7	17
8	17
7	17
7	18
7	17
6	17
7	17
7	17
6	16
8	18
8	17
6	17
6	17
7	17
9	19
6	17
7	18
8	18
7	18
7	18
6	17
8	18
7	17
8	19
8	18
6	17
8	19
8	19
7	17
8	19
6	17
7	18
7	18
8	19
7	18
6	17
8	18
6	18
7	18
8	18

### Вихідні дані до задачі №3

№1.

F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
5	3	6	10
11	4	10	7
17	6	7	10
14	8	9	9
14	11	7	6

№2.

F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
3	3	23	7
5	9	11	11
16	10	19	7
3	17	16	8
17	18	23	10

№3.

F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
17	14	12	5
21	13	15	11
22	19	10	13
19	20	10	14
13	9	11	18

№4.

F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
11	10	18	13
15	3	14	8
16	8	17	7
18	16	22	14
13	11	12	5

№5.

F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
24	5	19	11
18	12	14	13
15	9	15	15
16	11	26	13
18	13	15	10

№6.

F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
15	16	9	8
6	14	12	15
11	8	16	11
4	13	12	12
12	15	11	14

№7.

F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
18	13	12	11
15	7	12	6
13	2	9	6
14	4	3	11
10	4	17	6

№8.

F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
13	2	5	18
13	1	10	11
12	11	16	19
7	11	13	15
24	5	13	5

№9.

F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
18	3	8	8
22	13	4	3
15	8	6	8
16	10	11	7
7	12	9	12

№10.

F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
9	24	11	2
18	4	13	9
7	15	8	1
2	7	3	8
6	11	10	5

№11.

F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
11	9	17	10
15	11	14	6
11	12	13	11
9	9	14	6
9	9	15	15

№12.

F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
5	18	19	14
8	14	21	16
14	12	13	18
10	5	19	11
5	14	11	17

№13.

F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
9	9	22	14
7	0	12	14
13	1	12	19
4	10	12	16
12	6	14	15

№14.

F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
17	8	11	12
24	14	10	15
15	11	2	19
13	7	6	12
10	6	8	21

№15.

F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
11	12	16	9
10	7	10	7
8	4	14	10
12	17	5	18
15	9	19	10

№16.

F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
2	7	15	16
9	14	14	9
5	7	19	15
6	2	9	12
12	10	21	14

№17.

F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
8	7	15	12
17	11	19	7
15	10	16	11
19	10	20	13
15	6	18	8

№18.

F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
13	13	13	13
12	13	8	12
8	16	11	11
14	11	4	12
21	18	6	9

№19.

F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
16	15	15	13
16	7	11	18
11	18	4	20
25	11	8	17
15	8	5	12

№20.

F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
18	8	11	4
12	8	10	5
13	12	10	8
16	8	15	14
12	6	10	1



№21.

F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
9	17	8	9
11	11	9	15
10	6	14	16
23	13	11	5
18	8	5	12

№22.

F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
6	11	19	8
2	11	13	11
5	10	14	10
7	6	11	17
16	3	15	9

№23.

F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
15	14	10	3
18	10	5	10
11	11	15	4
14	10	16	15
10	9	10	15

№24.

F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
11	16	8	12
4	21	6	9
12	17	1	14
11	13	7	15
4	16	3	12

№25.

F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
10	12	15	6
12	8	14	1
18	9	13	7
7	8	19	9
14	10	9	11

№26.

F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
15	6	2	13
17	7	13	8
18	13	17	3
19	6	13	3
12	5	9	11

№27.

F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
15	5	10	17
21	8	15	18
20	14	13	13
7	19	2	13
16	17	10	9

№28.

F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
16	7	17	19
13	4	14	16
10	11	14	20
15	11	14	14
14	4	22	16

№29.

F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
9	22	9	21
7	14	7	16
15	14	11	14
1	13	11	17
21	12	5	14

№30.

F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>
12	11	10	12
18	9	15	12
11	10	16	8
15	5	15	19
19	8	11	16

### Вихідні дані до задачі №4

№1.

X	Y	Z
6,7	7,2	3,8
6,6	7,3	3,6
6,9	7,2	4
6,8	7,2	3,7
7,1	7,3	3,9
7,1	7,4	3,8
7,2	7,5	3,9
7,1	7,6	4
7,1	7,4	3,7
7,3	7,6	4,1
7,4	7,5	4,1
7,3	7,6	3,8

№2.

X	Y	Z
6,8	6,2	5,6
6,8	6,4	6
6,9	6,7	6
6,9	6,9	6,3
6,9	7	6,2
6,8	6,9	6,2
7	6,7	5,9
7	6,6	5,9
7,2	6,7	6,2
7,1	6,5	6
7,3	6,6	6
7,2	6,5	5,9

№3.

X	Y	Z
4,6	6,5	6,3
4,7	6,3	6,2
4,7	6,1	5,9
4,6	6,3	6
4,7	6,5	6,2
4,9	6,6	6,3
5,1	6,4	6,2
5,3	6,6	6,5
5,6	6,7	6,7
5,6	6,9	6,8
5,8	7	6,7
6	7,2	6,8

№4.

X	Y	Z
5,7	6,3	7,7
5,9	6,3	7,9
6	6,5	7,8
6,1	6,7	8,4
6,3	6,9	8,6
6,3	7,2	8,6
6,5	7	8,8
6,5	6,9	8,4
6,6	7,1	8,8
6,8	7,4	8,9
6,9	7,5	9,4
7	7,4	9

№5.

X	Y	Z
6,3	5	5,6
6,6	5,2	5,8
6,8	5,1	5,9
6,9	5,2	5,9
7,1	5,5	6,2
7,2	5,3	5,8
7,4	5,2	6,1
7,4	5,4	6,3
7,4	5,6	6
7,4	5,6	6,3
7,6	5,8	6,2
7,6	6	6,5

№6.

X	Y	Z
5,8	5,8	6,6
6,1	5,6	6,6
6,1	5,5	6,8
6	5,5	6,7
6,1	5,6	6,8
6,4	5,8	7,2
6,6	6,1	7,4
6,6	6,1	7
6,7	6	7,1
6,9	6,1	7,5
7,1	6,1	7,3
7,1	6,1	7,4

№7.

X	Y	Z
6,2	5,2	2,5
6,2	5,2	2,7
6,5	5,1	2,7
6,8	5,3	2,7
7	5,2	3
7,1	5,1	2,8
7,1	5,1	3
7,4	5,2	3
7,4	5,3	2,8
7,4	5,6	3,1
7,6	5,8	3,1
7,6	5,8	3,2

№8.

X	Y	Z
5,6	6,7	7,9
5,7	6,8	7,7
6	6,9	8
6,2	6,8	7,9
6,2	6,7	8,1
6,1	6,6	7,9
6,3	6,6	7,9
6,3	6,8	8,3
6,5	6,9	8,3
6,5	6,8	8,1
6,6	6,7	8,1
6,6	6,8	8,2

№9.

X	Y	Z
5	7,6	5,2
5,1	7,6	5,4
5,2	7,8	5,2
5,1	7,8	5,3
5,2	7,7	5,3
5,2	7,8	5,1
5,4	8,1	5,7
5,4	8,1	5,5
5,6	8,1	5,6
5,5	8,3	5,6
5,4	8,2	5,7
5,4	8,2	5,5

№10.

X	Y	Z
4,5	5,2	5,5
4,5	5,1	5,6
4,7	4,9	5,4
4,9	5,1	5,8
4,8	4,9	5,5
4,9	4,8	5,4
5,2	5	5,6
5,4	5,2	5,9
5,6	5,5	6,1
5,6	5,4	6,4
5,8	5,5	6,5
6	5,4	6,6

№11.

X	Y	Z
6,7	7,9	9,3
6,8	8,1	9,6
6,9	8,1	9,8
6,9	8	9,4
6,9	7,9	9,5
6,9	8,1	9,7
6,9	8,4	9,8
6,8	8,2	9,5
6,9	8,1	9,5
7	8	9,6
7,3	7,9	9,6
7,3	8	9,6

№12.

X	Y	Z
6,5	5,3	8,2
6,7	5,4	8,3
6,9	5,6	8,6
7	5,6	8,7
7,2	5,4	8,5
7,2	5,6	8,6
7,4	5,5	8,8
7,5	5,8	9
7,5	5,9	8,9
7,8	5,8	9,4
7,9	5,8	9,3
7,9	6	9,3

№13.

X	Y	Z
5,5	7	6,8
5,7	7,2	6,9
5,6	7	6,6
5,8	7,2	6,9
5,7	7,4	7
5,9	7,4	7,3
6,2	7,5	7,1
6,3	7,3	7,2
6,5	7,2	7,3
6,8	7,4	7,3
7	7,6	7,4
7,2	7,8	7,6

№14.

X	Y	Z
6,5	7,6	11,2
6,5	7,5	11,2
6,5	7,7	11
6,7	7,7	11,3
6,9	7,7	11,6
6,9	7,8	11,4
6,9	7,6	11,3
7,1	7,5	11,4
7	7,5	11,4
7	7,8	11,5
7,1	8	11,8
7	8,3	11,9

№15.

X	Y	Z
6,7	7,7	9,4
6,9	7,7	9,3
7,1	7,7	9,6
7,2	7,8	9,6
7,5	7,9	10
7,7	7,7	9,9
7,8	7,8	10
8,1	7,8	9,9
8,4	7,7	10
8,7	7,5	9,8
8,7	7,5	10
8,7	7,8	10,3

№16.

X	Y	Z
4,3	5,7	6
4,4	5,6	5,9
4,4	5,5	5,7
4,5	5,8	6,1
4,4	5,6	6
4,4	5,5	5,6
4,5	5,6	5,9
4,4	5,8	5,9
4,4	5,8	6,1
4,5	5,7	6,1
4,5	6	6,2
4,4	6	6,3

№17.

X	Y	Z
5,5	7,5	7,3
5,7	7,8	7,5
5,7	7,7	7,7
5,8	8	7,8
5,9	8,2	7,9
5,8	8,4	7,8
5,9	8,2	7,7
5,9	8,1	7,9
6	8,3	7,9
6,1	8,5	8
6,1	8,6	8,2
6,2	8,6	8,3

№18.

X	Y	Z
4,1	5,3	6,5
4	5,3	6,6
3,9	5,2	6,2
3,8	5,4	6,5
3,9	5,2	6,3
3,9	5,2	6,3
4,2	5,4	6,7
4,2	5,4	6,5
4,2	5,2	6,3
4,1	5,3	6,5
4,1	5,2	6,3
4,3	5,5	6,5

№19.

X	Y	Z
6,4	5,8	5,8
6,3	5,9	5,6
6,2	5,9	5,8
6,2	6,1	5,9
6,3	6,2	5,8
6,6	6,4	6,1
6,7	6,7	6,3
6,6	6,7	6,2
6,7	7	6,5
6,9	7,2	6,7
6,8	7,2	6,7
7,1	7,2	6,9

№20.

X	Y	Z
5,7	6,7	6,5
5,9	7	6,7
6,1	7	6,6
6,1	7	7
6,2	7,2	7,1
6,4	7,1	7,1
6,4	7	6,9
6,5	6,9	6,8
6,4	7,2	7
6,5	7,3	7,1
6,6	7,1	6,9
6,8	7,2	7,3

№21.

X	Y	Z
6,6	7,6	6
6,7	7,7	5,8
7	7,7	6,2
7,3	7,6	6,1
7,6	7,8	6,3
7,8	7,9	6,5
7,9	8,1	6,5
7,9	8,1	6,7
8,2	8,3	6,7
8,1	8,3	6,9
8,2	8,1	6,9
8,4	8,1	7

№22.

X	Y	Z
5,5	5,9	4,4
5,6	5,8	4,6
5,5	5,7	4,7
5,4	5,9	4,4
5,6	5,9	4,7
5,6	6	4,6
5,7	5,9	4,5
5,6	5,8	4,4
5,8	6,1	4,9
6,1	6,1	4,7
6,2	6,4	5,2
6,1	6,2	4,7

№23.

X	Y	Z
5,1	6,2	8,8
5,1	6,3	8,8
5,1	6,1	8,7
5	6,1	8,5
4,9	6,1	8,6
4,8	6,1	8,6
5	6,4	8,9
5,1	6,4	8,8
5,1	6,6	9
5,1	6,7	9,1
5,3	6,7	9,3
5,4	6,6	9,3

№24.

X	Y	Z
6,1	6,2	8
6,4	6,2	7,8
6,3	6,1	7,8
6,4	6,4	8,1
6,5	6,5	8,2
6,7	6,4	8,2
6,6	6,4	8,3
6,9	6,6	8,3
7	6,5	8,1
7,2	6,3	8,3
7,5	6,5	8,4
7,8	6,8	8,6

№25.

X	Y	Z
4,4	5	7,8
4,5	4,9	7,8
4,5	5,1	7,7
4,4	5,2	8,1
4,5	5,2	8,2
4,5	5,1	8
4,4	5,2	7,9
4,6	5,3	8,3
4,7	5,5	8,3
4,9	5,6	8,4
4,9	5,7	8,8
4,9	5,5	8,3

№26.

X	Y	Z
5,8	6,3	8,7
5,9	6,1	8,6
6	6	8,5
5,9	5,8	8,5
6	5,8	8,4
6,2	5,7	8,4
6,3	5,6	8,6
6,3	5,5	8,3
6,3	5,4	8,3
6,3	5,3	8,2
6,3	5,3	8,1
6,6	5,5	8,5

№27.

X	Y	Z
5,4	7,5	5,2
5,7	7,6	5,2
5,7	7,9	5,3
5,7	7,8	5,1
6	7,8	5,1
6	7,8	5,4
6,2	7,6	5,3
6,5	7,9	5,4
6,6	7,8	5,3
6,9	8	5,6
6,9	7,8	5,5
6,9	7,7	5,5

№28.

X	Y	Z
5,6	6,3	5,4
5,6	6,2	5,5
5,8	6,3	5,6
5,8	6,3	5,5
6	6,5	5,6
6,1	6,7	5,8
6,3	7	6,2
6,4	7	6
6,5	6,9	6,2
6,7	6,8	6,3
6,6	7	6,2
6,9	7,1	6,5

№29.

X	Y	Z
6,1	6,3	5,8
6,2	6,3	5,9
6,1	6,6	5,6
6,2	6,5	5,6
6,4	6,7	5,8
6,6	6,6	5,8
6,8	6,6	6
7,1	6,5	6,3
7,3	6,5	6,2
7,6	6,6	6,4
7,8	6,8	6,9
7,7	7	6,8

№30.

X	Y	Z
6	7,6	8,9
6	7,7	8,8
5,9	7,5	8,5
6,1	7,6	8,8
6,1	7,4	8,6
6,3	7,5	8,8
6,3	7,6	8,7
6,4	7,8	8,9
6,3	7,9	9,3
6,5	7,9	9,3
6,7	7,8	8,9
6,9	7,7	9,2